الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2025**
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية، فنون

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2025$ و $b \equiv 12\ [7]$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $5a + 2b^2$ على 7.

2) أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n، $2^{3n} \equiv 1\ [7]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{1446} على 7.

3) تحقّق أنّ $b \equiv -2\ [7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1446} على 7.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $3n + a^{1446} + b^{1446} \equiv 0\ [7]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3 \times 4^n$.
أ) احسب الحدود v_0 ، v_1 و v_2.
ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 4.
ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.

2) (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماماً، حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_5 = 32$ و $u_1 \times u_3 = 16$
أ) احسب u_2.
ب) بيّن أنّ: $u_0 = 1$ و $q = 2$.
ج) اكتب عبارة u_n بدلالة n.

3) أ) تحقّق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n = 3 \times u_{2n}$.
ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n = u_0 + u_2 + u_4 + \cdots + u_{2n}$.

انتهى الموضوع الأول

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب كلاً من $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = 6x(x+1)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ $A\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f).

4) عيّن معادلة (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة A.

5) أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x) = (2x-1)(x+1)^2$.

ب) استنتج فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6) احسب $f(1)$ ، $f(-2)$ ثم ارسم كلاً من (T) و (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b ، c أعداد طبيعية حيث: $a = 2025$ ، $b = 1446$ و $c + 5 \equiv 0\ [8]$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 8.

ب) بيّن أنّ $b + c - a \equiv 0\ [8]$ ثم استنتج أنّ $c \equiv 3\ [8]$.

2) بيّن أنّ العدد $(c+6)^{1954} + 1871$ يقبل القسمة على 8.

3) أ) عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقّق: $3n \equiv a\ [8]$.

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق: $3n \equiv a\ [8]$ و $40 < n < 60$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 3n - 9$.

1) احسب الحدود u_0 ، u_1 و u_2.

2) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية أساسها 3 ثم حدّد اتجاه تغيّرها.

3) أ) تحقّق أنّ العدد 2025 حدّ من حدود المتتالية (u_n).

ب) احسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{678}$.

4) المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2^n + 3n - 9$.

أ) احسب الحدود v_0 ، v_1 و v_2.

ب) برّر أنّ المتتالية (v_n) ليست حسابية ولا هندسية.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = \frac{3}{2}x(x-2)$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثييها.

5) أ) احسب كلاً من $f(-1)$ و $f(3)$ ثم ارسم (T) و (C_f).

ب) عيّن بيانياً عدد حلول المعادلة: $f(x) = 0$.

انتهى الموضوع الثاني