الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2023**
الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية
اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 2023$ و $b = 1444$.

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 5.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5.

2) أ) بيّن أنّ: $b \equiv -1[5]$.
ب) تحقّق أنّ العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5.

3) أ) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $b^{2n} \equiv 1[5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 5n - 2$.

1) احسب u_0 ، u_1 و u_2.

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.
ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) بيّن أنّ العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتج رتبته.

4) تحقّق أنّ: $u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = 410263$.

5) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3 = 13$ و $v_{10} = 48$.
أ) عيّن أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0.
ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 1945$ و $b = 2024$.

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7.

ب) بيّن أنّ: $a \equiv -1[7]$.

2) استنتج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بتردّد 7.

3) بيّن أنّ العدد $a^2 + b^2 - 2$ يقبل القسمة على 7.

4) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q = 2$ و $u_2 + u_3 = 60$.

1) بيّن أنّ: $u_0 = 5$.

2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7.

3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$.

ج) استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماما.

4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -x^3 + 3x + 2$. (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g'(x) = -3(x-1)(x+1) =$.

ب) استنتج أنّ الدالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$.

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة g.

3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g(x) = (2-x)(x+1)^2$.

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$.

ج) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات.

4) عيّن المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0. تحقّق أنّ: $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T).

5) احسب $g(2)$ ، $g(-2)$ وارسم (C_g) و (T).

انتهى الموضوع الثاني