الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2021**
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية
اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

ليكن a و b عددين طبيعيين حيث: $a = 2926$ و $b = 1715$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13.

2) أ) بيّن أنّ: $b \equiv -1$ [13] ثم استنتج أنّ: $b + 1 \equiv 0$ [13]

ب) بيّن أنّ العدد $a^{1442} + b^{2021}$ يقبل القسمة على 13.

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $A_n = 27^n + 1$

أ) تحقّق أنّ: $27 \equiv 1$ [13] ثم استنتج أنّ: $A_n \equiv 2$ [13]

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $A_n + n + 11 \equiv 0$ [13]

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 3$ و $u_1 \times u_3 = 144$

1) احسب u_2 ثمّ بيّن أنّ: $q = 2$

2) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 3 \times 2^n$

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

4) عيّن قيمة الحدّ الخامس للمتتالية (u_n) .

5) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ) بيّن أنّ: $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$

ب) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n = 381$ (لاحظ أنّ: $2^7 = 128$)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x(x+2)$

ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

ج) استنتج أنّ الدّالة f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2; 0]$

3) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

4) أ) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

ب) استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5) بيّن أنّ: $y = -3x - 5$ معادلة للمماس (T) لـ (C) عند النّقطة $I(-1; -2)$

6) أ) احسب $f(-3)$ ، $f(-2)$ ، $f(0)$ و $f(1)$

ب) ارسم المماس (T) ثمّ المنحنى (C)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: $a = 2021$ ، $b = 1442$ و $c = 1954$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين a و c على 3

2) بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بتردید 3

3) أ) بيّن أنّ العدد $a + b - c$ يقبل القسمة على 3

ب) استنتج الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $n + a + b - c \equiv 0 \ [3]$

4) عيّن باقي قسمة العدد $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021}$ على 3

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) معرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 3 \times 4^n$ و $v_n = 3n + 2$

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1) الحدّ الخامس للمتتالية (u_n) يساوي: أ) 3072 ب) 768 ج) 12288

2) (v_n) هي متتالية: أ) حسابية. ب) هندسية. ج) لا حسابية ولا هندسية.

3) (u_n) هي متتالية: أ) متناقصة تماما. ب) غير رتيبة. ج) متزايدة تماما.

4) المجموع: $v_0 + v_1 + \cdots + v_{35}$ يساوي: أ) 3815 ب) 1962 ج) 1890

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = 3(x-3)(x-1)$

ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g'(x)$

3) استنتج أنّ الدّالة g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty; 1]$ و $[3; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; 3]$

4) شكّل جدول تغيّرات الدّالة g

5) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = x(x-3)^2$

ب) استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

6) بيّن أنّ: $y = -3x + 8$ معادلة للمماس (T) لـ (C) عند النّقطة $A(2; 2)$

7) أ) احسب $g(0)$ و $g(4)$

ب) ارسم المماس (T) و المنحنى (C)

انتهى الموضوع الثاني