الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2018**
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 2^n على 5.

2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.

3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.

4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $12^n \equiv 2^n \ [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n \ [5]$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 \ [5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = n^2 - 1$.

المتتالية (u_n):

أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة

2) (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$.

عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي:

أ) $v_n = 3 \times 2^n$ ب) $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ ج) $v_n = 2 \times 3^n$

المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ يساوي:

أ) $3(2^n - 1)$ ب) $(2^n - 1)$ ج) $2(3^n - 1)$

3) صندوق به 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:

أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{7}{10}$

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

أ) $\frac{9}{10}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{1}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

2) أ) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

4) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) أ) تحقّق من أنّ النقطة O (مبدأ المعلم) والنقطة A ذات الفاصلة 3 هما نقطتا تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

6) حلّ في $\mathbb{R}$ بيانيا المتراجحة: $f(x) > 0$.

7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2$، ثم حلّ المعادلة $f(x) = -4$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4.

2) بيّن أنّ a و b متوافقان بتردید 3.

3) نضع $b = 489$.

أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1 \ [13]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13.

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:

$$u_0 \times u_2 = 576 \qquad \text{و} \qquad u_0 + u_1 = 30$$

1) بيّن أنّ $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة u_0.

2) بيّن أنّ $q = 4$ ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) احسب 4^4 ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته.

5) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3 - \dfrac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

I. عيّن العدد الحقيقي a بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O مبدأ المعلم.

II. نضع $a = 3$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = \dfrac{3x}{x+1}$.

2) أ) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.

ب) استنتج معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f).

3) أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1: $f'(x) = \dfrac{3}{(x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

4) b عدد حقيقي، (Δ) مستقيم معادلته: $y = 3x + b$. عيّن العدد b حتى يكون المستقيم (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -2$.

5) ارسم المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني