مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

المادّة: رياضيات
المستوى: 2 ت إ

التوقيت: 2سا
التاريخ:2023/03/08

امتحان الفصل الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

أحسب النّهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x+4}{3x^2+x-2}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x+4}{3x-6}$ 3) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\dfrac{1}{x-3}\right)$

4) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}\dfrac{x^2+2x+5}{x^2+x}$ 5) $\lim\limits_{\substack{x\to3\\ >}}\dfrac{x^2+4x}{9-x^2}$ 6) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

إليك جدول تغيرات الدالة f المعرفة والقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}-\{2\}$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\|\|$	$\nearrow$	1
		$-\infty$	$\|\|$ $-\infty$		

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) المستقيم ذو المعادلة $y=2$ مقارب لـ $(\mathcal{C})$ بجوار $-\infty$

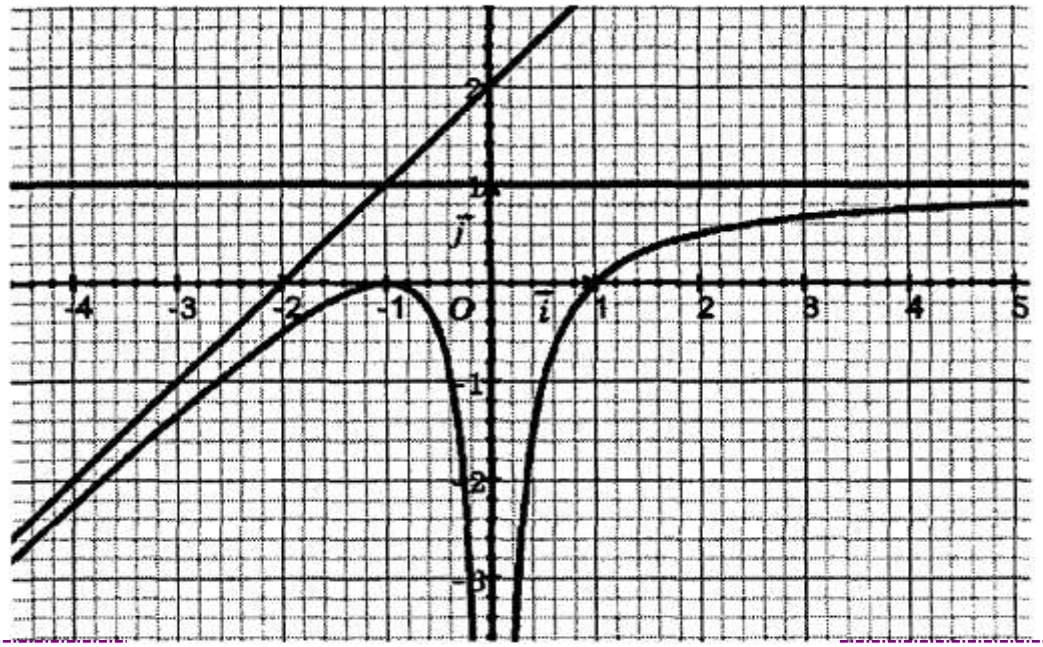
2) النقطة $A(3;2)$ تنتمي للمنحنى $(\mathcal{C})$.

3) $f(2023)>f(2022)$

4) المستقيم ذو المعادلة $y=1$ يقطع $(\mathcal{C})$ في نقطة وحيدة.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

في الشكل المرفق التمثيل البياني $(\mathcal{C})$ للدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$.



1) عيّن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x-2\right]$

2) عيّن معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني $(\mathcal{C})$.

3) أدرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لمحور الفواصل ثم استنتج اشارة f.

4) عيّن $f'(-1)$ وشكل جدول تغيرات الدّالة f.

1) اعتمادا على (C) أنشئ (C') منحني الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h:x\to|f(x)|+1$

التمرين الرابع: (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون من أجل كل من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$

2) أحسب النهايات عند حدود مجالي التعريف الدالة f.وفسر النتائج هندسيا.

3) بيّن أنّ المستقيم ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ $(\mathcal{C})$.

4) أدرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ (Δ).

5) بيّن أنّ: $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$، لما $x\in D_f$.

6) عيّن اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

7) أكتب معادلة المماس (D) لـ $(\mathcal{C})$عند النقطة ذات الفاصلة 0.

8) بيّن أنّ النقطة $A(-2,-1)$ مركز تناظر للمنحني $(\mathcal{C})$.

9) أرسم كلا من (D)، (Δ) و $(\mathcal{C})$.

10) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2+3|x|+3}{|x|+2}$، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بين أن g زوجية ، ثم أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب-اشرح كيفية انشاء (C_g) انطلاقا من $(\mathcal{C})$ ثم أنشئه.

مدرسة الرجاء والتفوّق الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ECOLE PRIVÉE

تصحيح الفرض الثاني

التمرين 1:

1) $\lim_{x\to-\infty} \frac{-2x+4}{3x^2+x-2} = 0$

2) $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x+4}{3x-6} = +\infty$

3) $\lim_{x\to-\infty} 2 - \frac{1}{x-3} = 2$

4) $\lim_{x\to-1} \frac{x^2+2x+5}{x^2+x} = -\infty$

5) $\lim_{x\to3} \frac{x^2+4x}{9-x^2} = +\infty$

6) $\lim_{x\to3} \frac{x^2+2x-15}{x-3} = 8$

التمرين 2:

1) خطأ 2) خطأ 3) صحيح 4) صحيح.

التمرين 3:

$\lim_{x\to0} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) - x - 2 = 0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

$y=1$ م م أفقي بجوار $+\infty$ و $-\infty$

$x=0$ م م عمودي.

$y=x+2$ م م مائل بجوار $-\infty$

دراسة الوضعية (ع) بالنسبة لـ (د) حسب إشارة الفوارق

$]-\infty,-2[$ (ع) تحت (د) و $]-2,0[\cup]0,+\infty[$ (ع) فوق (د)

-1 و 1 تقاطع.

$]1,+\infty[$ فوق محور الفواصل.

إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$

$f'(-1) = 0$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$\|$	↗	1

التمرين 4:

$f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+2}$

لتعيين a, b, c:

بالمطابقة نجد: $a=1 < b=1 < c=1$.

النهايات:

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to-2} f(x) = -\infty < \lim_{x\to-2} f(x) = +\infty$

$\lim_{|x|\to+\infty} f(x) - y = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{1}{x+2} = 0$

$y = x+1$ م م مائل بجوار $-\infty$ و $+\infty$

دراسة الوضعية:

$]-\infty,-2[$ (ع) تحت (د).

$]-2,+\infty[$ (ع) فوق (د).

الاشتقاق:

$f'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$

f متزايدة تماما على $]-\infty,-3[$ و $]-1,+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-3,-2[$ و $]-2,-1[$.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$		
$f(x)$	↗	$-\infty$	↘	$f(-3)$	↘	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	↗	$f(-1)$	↗ $+\infty$

معادلة المماس:

$y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

بيان أن $A(-2,-1)$ مركز تناظر.

$f(-4-x) + f(x) = -4-x+1 + \frac{1}{-4-x+2} + x+1 + \frac{1}{x+2}$

$= -2 + \frac{1}{-x-2} + \frac{1}{x+2} = -2$

Ω مركز تناظر $\Leftrightarrow$ A وضيعة

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
www.ecolerradja.com
www.fb.com/ecolerradja

$$g(x)=\frac{x^2+3|x|+3}{|x|+2}$$

لدينا $x \in \mathbb{R}$

ومن أجل كل x حقيقي

$$g(-x)=\frac{(-x)^2+3|-x|+3}{|-x|+2}=g(x)$$

ومنه g زوجية

كتابة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & x \geq 0 \\ f(-x) & x \leq 0 \end{cases}$$

شرح كيفية انشاء (C_g).

(C_g) منطبق على (C_f) على $[0,+\infty[$

بما أن g زوجية فإن (C_g) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب.

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE