المادّة: رياضيات
المستوى: 2 ت إ

التوقيت: 2سا
التاريخ: 2024/03/05

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (6 نقاط)

أحسب النّهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x^2+7}{2x^3+x-2}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^2+3x+1}{4x-2}$ 3) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1-\dfrac{1}{x^2-2}\right)$

4) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}\dfrac{x^2+2x-5}{-x-1}$ 5) $\lim\limits_{\substack{x\to2\\ >}}\dfrac{x^2+3}{4-x^2}$ 6) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-5x+4}{x-1}$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التبرير.

1) الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=2x-1+\dfrac{3}{x}$ و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ، تقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته:

أ) $y=2x-1$ ب) $y=2x$ ج) $y=2x+1$

2) الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ ، دالتها المشتقة f' معرفة بـ:

أ) $f'(x)=\dfrac{-3}{(x+2)^2}$ ب) $f'(x)=\dfrac{5}{(x+2)^2}$ ج) $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$

3) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]2;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+\dfrac{3}{x-2}$ ، $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ، معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة 3 هي:

أ) $y=3x-5$ ب) $y=-3x+13$ ج) $y=-3x+5$

4) الدالة العددية k المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـ: $k(x)=x^2-3x+2$ و $(\mathcal{C}_k)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ، $(\mathcal{C}_k)$ يقطع حامل محور الفواصل في:

أ) نقطة وحيدة ب) نقطتين ج) لايقطع.

www.ecolerradja.com
www.fb.com/ecolerradja

التمرين الثالث: (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-4x+4}{x-1}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون من أجل كل من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$

2) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ وفسر النتائج هندسيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) بيّن أنّ المستقيم ذو المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل لـ$(\mathcal{C})$.

4) أدرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ(Δ).

5) بيّن أنّ: $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$، لما $x\in D_f$.

6) عيّن اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

7) أكتب معادلة المماس (D) لـ $(\mathcal{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

8) بيّن أنّ النقطة $A(1,-2)$ مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C})$.

9) أرسم كلا من (D)، (Δ) و $(\mathcal{C})$.

10) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2-4|x|+4}{|x|-1}$، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بين أن g زوجية ، ثم أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب- اشرح كيفية انشاء (C_g) انطلاقا من $(\mathcal{C})$ ثم أنشئه.

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

التمرين ③:

$$f(x)=\frac{x^2-4x+4}{x-1}$$

1- تعيين a و b و c:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$$

بالطريقة

$a=1$

$b=-3$

$c=1$

$$f(x)=x-3+\frac{1}{x-1}$$

2- النهايات:

$\lim_{x\to 1} f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to 1} f(x)=+\infty$

$x=1$ م.ع. محور ك.

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

3- اثبات أن (Δ) مقارب لـ (Cf):

$$\lim_{|x|\to+\infty} f(x)-y=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1}{x-1}=0$$

دراسة الوضعية -4

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f(x)-y		−	‖	+	
الوضعية	(Δ) تحت (Cf)		‖	(Δ) فوق (Cf)	

5- الاشتقاق:

$$f'(x)=\frac{(2x-4)(x-1)-1(x^2-4x+4)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	‖	−	0	+	
f(x)	$-\infty$ ↗		−4	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

6- معادلة المماس عند 0:

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$y=-4$

7- بين أن $A(1,-2)$

$f(2-x)+f(x)=-4$

$=2-x-3+\frac{1}{2-x-1}+x-3+\frac{1}{x-1}=-6$

II تصحيح اختبار الفصل

التمرين 1:

$\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^2+7}{2x^3+x-2}=0$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2+3x+1}{4x-2}=-\infty$

$\lim_{x\to-\infty}1-\frac{1}{x^2-2}=1$

$\lim_{x\to-1}\frac{x^2+2x-5}{-x-1}=+\infty$

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3}{4-x^2}=-\infty$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x-1}=-3$

التمرين 2:

① (Cf) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=2x-1$

لأن $\lim_{x\to+\infty} 2x-1+\frac{3}{x}-(2x-1)=0$

②

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$$

$$f'(x)=\frac{2(x+2)-1(2x+1)}{(x+2)^2}=\frac{3}{(x+2)^2}$$

③

$$g(x)=1+\frac{3}{x-2}$$

$$g'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}$$

معادلة المماس عند 3:

$y=f'(3)(x-3)+f(3)$

$y=-3(x-3)+4$

$y=-3x+13$

④

$x^2-3x+2=0$

$\Delta=(-3)^2-4(1)(2)=1$

بما أن المعادلة تقبل حلين مختلفين فإن (Cf) يقطع محور الفواصل في نقطتين

www.ecoleerradja.com www.fb.com/ecoleerradja