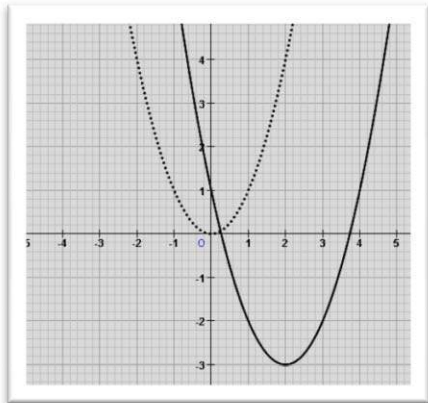


## امتحان الفصل الثاني \*\*\* اختبار مادة الرياضيات \*\*\*

المدة : ساعتان

المستوى : الثانية شعبة تسيير واقتصاد



⇐ التمرين الأول : (05 نقاط)

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بمنحنها البياني  $(C_f)$  كما هو موضح في الشكل

- 1) ..... اوجد مركبتا شعاع الإنسحاب الذي حول منحنى الدالة المرجعية مربع إلى المنحنى  $(C_f)$
- 2) ..... اوجد عبارة الدالة  $f$  المنشورة والمبسطة .
- 3) ..... ارسم جدول تغيرات الدالة  $f$
- 4) ..... اشرح كيف يمكن رسم المنحنى  $(C_h)$  للدالة  $h: x \mapsto |f(x)|$  باستعمال المنحنى  $(C_f)$  ثم ارسمه .

⇐ التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  .

- 1) ..... احسب نهايات الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$  .
- 2) ..... ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول التغيرات .
- 3) ..... تحقق أن :  $f(2-x) + f(x) = -2$  ثم ماذا تستنتج بيانيا ؟
- 4) ..... اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(1; -1)$  .
- 5) ..... ارسم  $(T)$  و  $(C_f)$

⇐ التمرين الثالث : (07 نقاط)

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $g(x) = \frac{x^2}{-x+1}$

- 1) ..... احسب نهاية الدالة  $g$  عند 1 وماذا تستنتج بيانيا ؟
- 2) ..... احسب نهايات الدالة  $g$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$  .
- 3) ..... بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  فإن  $g$  تكتب بالشكل  $g(x) = ax + b + \frac{c}{-x+1}$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها .
- 4) ..... بين أن المستقيم الذي معادلته  $y = -x - 1$  مقارب مائل لمنحنى الدالة  $g$  عند  $+\infty$  .
- 5) ..... ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول التغيرات .

حل التمرين الأول : (05 نقاط)

01 حساب مركبتا شعاع الانسحاب :  $\overline{V} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

01 عبارة الدالة  $f$  :

01  $f(x) = (x-2)^2 - 3$

$f(x) = x^2 - 4x + 1$

01 جدول تغيرات الدالة  $f$  :

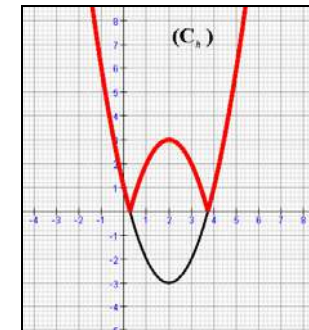
$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$-3$	$+\infty$

01 4 كيفية رسم المنحنى  $(C_h)$  :

01  $(C_h)$  ينطبق على  $(C_f)$  على كل من المجالين  $]-\infty ; 2 - \sqrt{3}[$  و  $]2 + \sqrt{3} ; +\infty[$ .

01  $(C_h)$  نظير  $(C_f)$  على المجال  $]2 - \sqrt{3} ; 2 + \sqrt{3}[$  بالنسبة لمحور الفواصل

01 رسم  $(C_h)$  :



حل التمرين الثاني : (08 نقاط)

01 1 حساب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

01 2 دراسة اتجاه تغيرات الدالة  $f$  :

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$3x$	-	0	+	+
$x-2$	-	-	0	+
الجداء	+	0	-	+

01 ومنه :

الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $] -\infty ; 0 [ \cup ] 2 ; +\infty [$ .

الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $] 0 ; 2 [$ .

01 جدول التغيرات للدالة  $f$  :

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$+\infty$	$1$	$-3$	$+\infty$

01 3 التحقق من المساواة :

02  $f(2-x) + f(x) =$   
 $(2-x)^3 - 3(2-x)^2 + 1$   
 $+ x^3 - 3x^2 + 1$   
 $= 8 - x^3 - 12x + 6x^2 - 12 + 12x - 3x^2 + 1$   
 $+ x^3 - 3x^2 + 1 = -2$

01 نستنتج أن منحنى الدالة  $f$  متناظر بالنسبة للنقطة

$A(1; -1)$

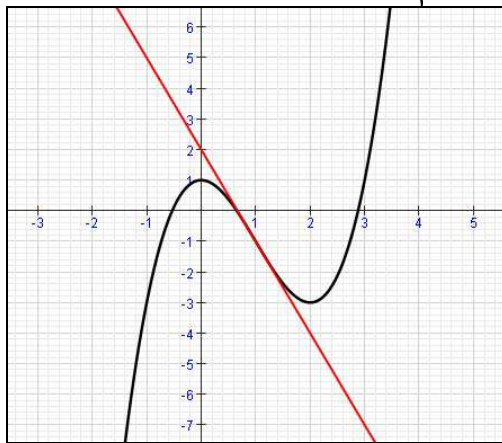
01 4 معادلة المماس  $(T)$  :

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = -3(x-1) - 1$

$(T) : y = -3x + 2$

02 5 رسم المنحنى  $(C_f)$  و  $(T)$



حل التمرين الثالث : (07 نقاط)

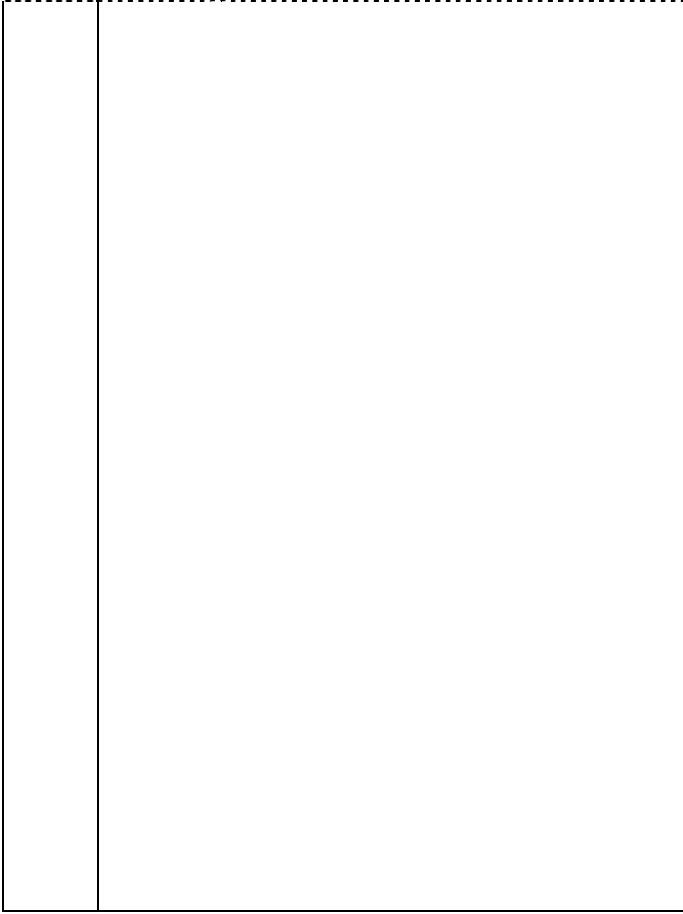
01 1 نهاية الدالة  $g$  عند  $1$  :

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$

01 نستنتج بيانيا أن منحنى الدالة  $g$  يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب معادلته  $x = 1$

01 نهاية الدالة  $g$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$



01ن

دراسة اتجاه تغيرات  $g$

$$g'(x) = \frac{2x(-x+1) - (-1)(x^2)}{(-x+1)^2}$$
$$= \frac{-2x^2 + 2x + x^2}{(-x+1)^2} = \frac{-x^2 + 2x}{(-x+1)^2}$$
$$= \frac{x(-x+2)}{(-x+1)^2}$$

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$x$	-	0	+	+
$-x+2$	+	+	0	-
$x(-x+2)$	-	0	+	-

إذن الدالة  $g$  متناقصة تماما على كل من المجالين  $]-\infty; 0[$  و  $]2; +\infty[$  و متزايدة تماما على  $]0; 1[ \cup ]1; 2[$   
جدول التغيرات :

01ن

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

01ن

تبيين أن  $g$  تكتب بالشكل المطلوب :

$$g(x) = -x - 1 + \frac{1}{-x+1}$$

01ن

$$a = -1 ; b = -1 ; c = 1$$

01ن

تبيين أن  $y = -x - 1$  مقارب مائل لمنحنى الدالة  $g$  عند  $+\infty$ .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) - (-x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-x+1} = 0$$

ومنه منحنى الدالة  $g$  يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته  $y = -x - 1$  عند  $+\infty$