السنة الثانية ثانوي شعبة تقني رياضي	
فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة: 2سا

التمرين الأول: (06 نقاط)

ABC مثلث في المستوي.

I مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1)\}$ و J مرجح الجملة $\{(A,3);(C,2)\}$

1) أنشئ النقطتين I و J.

2) G مرجح الجملة $\left\{(A,2);(B,-1);(C,\frac{4}{3})\right\}$

برهن أن النقط C، I و G في استقامية ثم النقط B، J و G في استقامية.

استنتج نقطة تقاطع المستقيمين (IC) و (JB)

3) عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|6\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\|=7\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{GM}\|$

ثم أنشئها.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to 6}\frac{3-\sqrt{x+3}}{x-6}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(-2x)}{3x}$

3) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+4x^2+3x-1}{(x+1)^2}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة عددية معرفة على D و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (الشكل في آخر الورقة)

1) بقراءة بيانية:

-1 عين المجموعة D مجموعة تعريف الدالة f.

-2 عين النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.

-3 معادلات المستقيمات المقاربة.

-4 الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ).

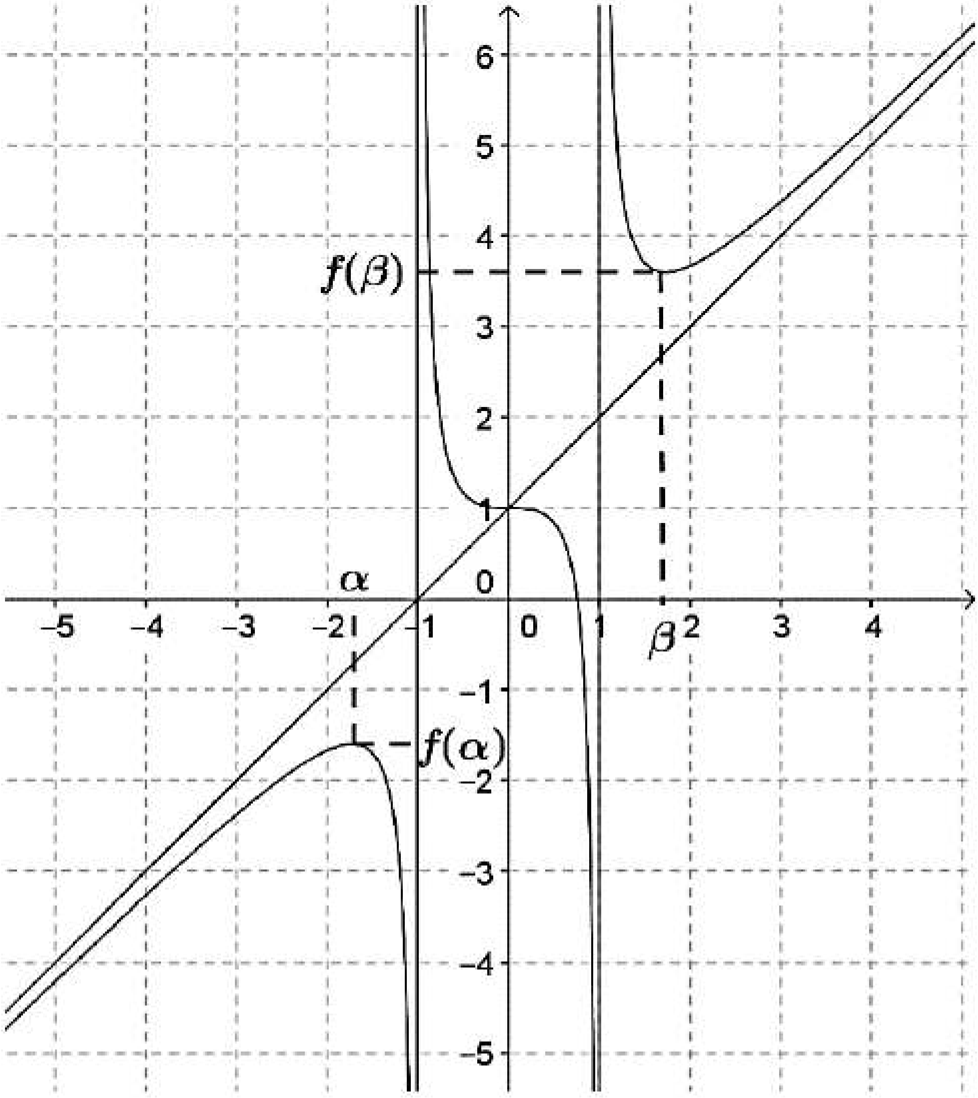
-5 شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) هل المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف؟ عين احداثييها إن وجدت.

3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) - m = 0$

4) أعد رسم المنحنى (C_f) وأنشئ في نفس المعلم وبلون آخر (C_h) منحنى الدالة h المعرفة بـ:

$h(x) = |f(x)|$



عندما تكف عن المحاولة، فاعلم أنك فشلت

التصحيح النموذجي

التمرين الأول:

1) إنشاء النقطتين I و J.
2) البرهان أن النقط C، I و G في استقامية ثم النقط B، J و G في استقامية:

لدينا G مرجح الجملة $\left\{(A,2);(B,-1);\left(C,\frac{4}{3}\right)\right\}$.....(1)

و I مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1)\}$.....(2)

إذن من (1) و(2) و حسب خاصية التجميع فإن G مرجح الجملة $\left\{(I,1);\left(C,\frac{4}{3}\right)\right\}$ ومن جهة أخرى

لدينا $\overrightarrow{IG}=\frac{4}{7}\overrightarrow{IC}$ أي الشعاعان $\overrightarrow{IG}$ و$\overrightarrow{IC}$ مرتبطين خطيا إذن النقط I، G و C في استقامية

لدينا G مرجح الجملة $\left\{(A,2);(B,-1);\left(C,\frac{4}{3}\right)\right\}$ ومنه بالضرب في العدد 3 تصبح G مرجح الجملة

$\{(A,6);(B,-3);(C,4)\}$ ......(3)

ولدينا أيضا J مرجح الجملة $\{(A,3);(C,2)\}$ ومنه بالضرب في العدد 2 تصبح J مرجح الجملة

$\{(A,6);(C,4)\}$......(4)

إذن من (3) و(4) وحسب خاصية التجميع فإن G مرجح الجملة $\{(J,10);(B,-3)\}$ ومن جهة أخرى

لدينا $\overrightarrow{JG}=-\frac{3}{7}\overrightarrow{JB}$ أي الشعاعان $\overrightarrow{JG}$ و $\overrightarrow{JB}$ مرتبطين خطيا ومنه النقط J، G و B في استقامية.

بما أن: $\overrightarrow{IG}=\frac{4}{7}\overrightarrow{IC}$ فإن $G\in(IC)$.....(*)

و $\overrightarrow{JG}=-\frac{3}{7}\overrightarrow{JB}$ فإن $G\in(JB)$......(**)

من (*) و(**) نستنتج أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (IC) و (JB).

3) تعيين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|6\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\|=7\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{GM}\|$

لدينا من (3) : $6\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}+4\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ومن أجل كل نقطة M من المستوي لدينا :

$$6\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=7\overrightarrow{MG}$$

ولدينا من (2): $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ ومن أجل كل نقطة M من المستوي لدينا : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MI}$

وحسب علاقة شال: $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IM}$ إذن $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GI}$

مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|6\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\|=7\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{GM}\|$ تكافئ:

$\|7\overrightarrow{MG}\|=7\|\overrightarrow{GI}\|$ ومنه $7\|\overrightarrow{MG}\|=7\|\overrightarrow{GI}\|$ ومنه $\|\overrightarrow{MG}\|=\|\overrightarrow{GI}\|$ إذن مجموعة النقط M من المستوي هي دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها $r=GI$

التمرين الثاني:

1) $\lim\limits_{x\to 6}\frac{3-\sqrt{x+3}}{x-6}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{9-(x+3)}{(x-6)(3+\sqrt{x+3})}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{6-x}{(x-6)(3+\sqrt{x+3})}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{-1}{3+\sqrt{x+3}}=-\frac{1}{6}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(-2x)}{3x}=\lim\limits_{x\to 0}-\frac{2}{3}\left(\frac{\sin(-2x)}{-2x}\right)=-\frac{2}{3}$ لأن $\lim\limits_{X\to 0}\frac{\sin X}{X}=1$

3) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+4x^2+3x-1}{(x+1)^2}=-\infty$ لأن: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -1}x^3+4x^2+3x-1=-1\\ \lim\limits_{x\to -1}(x+1)^2=0^+\end{cases}$

التمرين الثالث:

1) بقراءة بيانية:

-1 مجموعة تعريف الدالة f هي: $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$

-2 تعيين النهايات:

$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\<}}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\>}}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\<}}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\>}}f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to -\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)=+\infty$

-3 معادلات المستقيمات المقاربة:

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لمحور التراتيب معادلتيهما $x=-1$ و $x=1$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $\pm\infty$ معادلته $y=x+1$

-4 الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ):

(C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $]-\infty;-1[$ وعلى المجال $]0,1[$

(C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $]-1;0[$ وعلى المجال $]1,+\infty[$

(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(0;1)$

-5 جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		α		-1		1		β		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$f(\beta)$	↗	$+\infty$

2) نعم، المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف إحداثييها: $(0\,;1)$

3) المناقشة البيانية: $f(x)-m=0$ تكافئ $f(x)=m$ ....(E) (مناقشة أفقية)

من أجل $m<f(\alpha)$ المعادلة (E) تقبل حلان سالبان وحل موجب

من أجل $m=f(\alpha)$ المعادلة (E) تقبل حل مضاعف سالب وحل موجب

من أجل $f(\alpha)<m<1$ المعادلة (E) تقبل حل وحيد موجب

من أجل $m=1$ المعادلة (E) تقبل ثلاثي معدوم

من أجل $1<m<f(\beta)$ المعادلة (E) تقبل حل وحيد سالب

من أجل $m=f(\beta)$ المعادلة (E) تقبل حل مضاعف موجب

من أجل $m>f(\beta)$ المعادلة (E) تقبل حلين موجبين وحل سالب

4) $h(x)=|f(x)|$

لما (C_f) يقع فوق محور الفواصل، (C_h) ينطبق على (C_f)

لما (C_f) يقع تجت محور الفواصل، (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل.