المستوى:الثانية علوم تجريبية **فيفري 2022**

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات **المدة : ساعتين.**

التمرين 1 (6 ن)

احسب كل من النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}(-2x^3+x^2-3x+1)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x^2-x+4)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{4x-8}$; $\lim\limits_{x\to-4}\frac{x^2-16}{x+4}$

$\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+1}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to2}\frac{1}{x^2-4}$

التمرين 2 (4 ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\frac{2x^2+3x+1}{x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$:

$$f(x)=2x-1+\frac{3}{x+2}$$

2) اثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

3) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

التمرين 3 (10 ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-3x+2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) اثبت أن النقطة $I(0\ ;\ 2)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة I .

5) عين مجالات من $\mathbb{R}$ تقبل فيها f قيما حدية محلية يطلب تعيينها .

6) اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-3\ ;\ -1]$

7) احسب $f(2)$ و $f(-2)$ ثم ارسم كلا من (T) و (C_f) .

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	العلامة
التمرين 1	$\lim\limits_{x\to-\infty}(-2x^3+x^2-3x+1)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x^2-x+4)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{4x-8}=\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-4}\frac{x^2-16}{x+4}-8$; $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}}\frac{x^2+1}{x-1}=+\infty\\ \lim\limits_{\substack{<\\x\to1}}\frac{x^2+1}{x-1}=-\infty\end{cases}$ $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{>\\x\to2}}\frac{1}{x^2-4}=+\infty\\ \lim\limits_{\substack{<\\x\to2}}\frac{1}{x^2-4}=-\infty\end{cases}$	
التمرين 2	1) التحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=2x-1+\frac{3}{x+2}$ 2) إثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}(f(x)-y)=0$ 3) وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم Δ)	

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)-y$	-	||	+
الوضعية النسبية	(C_f) تحت (Δ)	||	(C_f) فوق (Δ)

التمرين 3

1) حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2) اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة حيث :

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=3(x^2-1)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

و منه f دالة متزايدة تماما على المجال $]-\infty ; -1]$ و $[1 ; +\infty[$

و متناقصة تماما على المجال $[-1 ; 1]$

- جدول التغيرات

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

3) إثبات أن النقطة $I(2 ; 0)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f''(x) = 6x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

نلاحظ أن $f''(x)$ تنعدم عند $x=0$ مغيرة إشارتها إذن $I(2 ; 0)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة I .

$(T): y = -3x + 2$

5) تعيين مجالات من $\mathbb{R}$ تقبل فيها f قيما حدية محلية يطلب تعيينها .

$f(-1) = 4$ قيمة محلية عظمى للدالة f عند 1- على [0 ; 2-]

$f(1) = 0$ قيمة محلية صغرى للدالة f عند 1 على [3 ; 0]

6) إثبات أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال [1- ; 3-]
f رتيبة تماما على [1- ; 3-]

$\begin{cases} f(-3) = -16 \\ f(-1) = 4 \end{cases}$ و منه $f(-3)\times f(-1) < 0$

إذن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال [1- ; 3-]

7) $f(2)=4$ و $f(-2)=0$

- رسم كلا من (T) و (C_f) .