الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية: حميدي عيسى - أولاد درج -

مديرية التربية لولاية المسيلة
المستوى: سنة ثانية تقني رياضي

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

2022-2021 | المدة: 01 سا

تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (12 نقطة)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ حيث a، b و c أعداد حقيقية. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

I) عين الأعداد a، b و c إذا علمت أن (C_f) يشمل النقطة $A(0;-2)$ ويقبل عند النقطة $B(-2;2)$ مماسا أفقيا.

II) نضع $a = 1$، $b = 3$ و $c = -2$.

① احسب $f(-1)$، ثم إستنتج فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

② بين لماذا المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند كل نقطة منه.

③ ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

④ عين حصرا للدالة f من أجل كل: $-2 \leq x \leq 0$.

⑤ بين أن $f(-2-x) = -f(x)$، ماذا تستنتج.

⑥ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) موازي للمستقيم ذي المعادلة $y = -3x$ يطلب تعيين معادلته.

⑦ ارسم المنحنى (C_f) والمماس (T).

التمرين الثاني: (08 نقاط)

يحتوي كيس على 4 كريات متماثلة مرقمة من 2 إلى 5، نسحب عشوائيا كرتين من الكيس على التوالي بدون إرجاع ونسجل مجموع رقميهما.

① أنشئ مخططا يوضح كل الحالات. ثم استنتج مجموعة النتائج الممكنة Ω.

② عين قانون الاحتمال لهذه التجربة.

③ عين عناصر الحادثتين الآتيتين: الحادثة A "الرقم المتحصل عليه أولي".
الحادثة B "الرقم المتحصل عليه زوجي".

④ هل الحادثتين A و B منفصلتين؟ لماذا؟

⑤ احسب $p(A)$ و $p(B)$. ثم استنتج $p(A \cup B)$.

النجاح لا يحتاج الى كثير من العلم، ولكنه يحتاج الى الحكمة، الصبر، الأدب والأخلاق.

الأستاذ: فراحتية الحفوظ

الإجابة	العلامة
- حل التمرين الأول	12
$f(x)=ax^3+bx^2+c$	
I) تعيين الأعداد a، b و c:	
لدينا (C_f) يشمل النقطة $A(0,-2)$	
معناه $f(0)=-2$ أي $\boxed{c=-2}$	1
ولدينا (C_f) يقبل عند $B(-2,2)$ مماسا أفقيا	
معناه $f(-2)=2$ و $f'(-2)=0$	
معناه $\begin{cases} a(-2)^3+b(-2)^2-2=2 \\ 3a(-2)^2+2b(-2)=0 \end{cases}$	
معناه $\begin{cases} -8a+4b=4 \quad ...① \\ 12a-4b=0 \quad ...② \end{cases}$	
بجمع ① و ② نجد $4a=4$ أي $\boxed{a=1}$	
بتعويض قيمة $a=1$ في ① أو ② نجد $\boxed{b=3}$	
II) $f(x)=x^3+3x^2-2$	
① - حساب $f(-1)$:	
$f(-1)=(-1)^3+3(-1)^2-2=-1+3-2=0$	1
ومنه 1- جذر لـ $f(x)$	
② استنتاج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل:	
(C_f) يقطع محور الفواصل معناه $f(x)=0$	1
معناه $x^3+3x^2-2=0$	
نعلم أن 1- جذر لـ $f(x)$ أي $f(x)$ يكتب على الشكل: $f(x)=(x+1)(ax^2+Bx+C)$	
بإستعمال الكتابة الأحادية نجد: $f(x)=(x+1)(x^2+2x-2)$	

الإجابة	العلامة
إذن $f(x)=0$ معناه $\begin{cases} x+1=0 \\ \text{أو} \\ x^2+2x-2=0 \end{cases}$	
معناه $\begin{cases} x=-1 \\ \text{أو} \\ x_1=-1-\sqrt{3} \text{ ، } -1+\sqrt{3} \end{cases}$	
وذلك باستعمال المميز Δ أي $\Delta=12$	
و $\sqrt{\Delta}=2\sqrt{3}$	
إذن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي: -1 ، $-1+\sqrt{3}$ و $-1-\sqrt{3}$.	
② - المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند كل نقطة منه: لأن الدالة f تقبل الإشتقاق من أجل كل x من $\mathbb{R}$.	1
③ - دراسة إتجاه تغير الدالة f:	
- الدالة f معرفة وقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x)=3x^2+6x$	1
$=3x(x+2)$	
ومنه $f'(x)=0$ معناه $x=-2$ أو $x=0$ إذن	

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty,-2]$ و $[0,+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[-2,0]$

- جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	2	↘	-2	↗	

1

Scanné avec CamScanner

④ - تعيين حصر للدالة f عندما $-2 \leq x \leq 0$

- لدينا الدالة f متناقصة تماما على $[-2,0]$

وعليه عندما $-2 \leq x \leq 0$ (1)

$f(-2) \geqslant f(x) \geqslant f(0)$ بحيث

أي $2 \geqslant f(x) \geqslant -2$

⑤ - تبيين أن: $f(-2-x) = -f(x)$:

$f(-2-x) = (-2-x)^3 + 3(-2-x)^2 - 2$

$= (-2-x)^2(-2-x+3) - 2$ (1)

$= (-2-x)^2(1-x) - 2$

$= (4+4x+x^2)(1-x) - 2$

$= 4 + 4x + x^2 - 4x - 4x^2 - x^3 - 2$

$= -x^3 - 3x^2 + 2$

$= -(x^3 + 3x^2 - 2)$

$= -f(x)$

- الإستنتاج:

النقطة $A(-1,0)$ مركز تناظر لـ (C_f)

⑥ - تبيين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) (1)

يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = -3x$ مع تعيينه:

(T) يوازي المستقيم ذو معادلة $y = -3x$ (1)

معناه كما نعلم معامل التوجيه هو -3

أي $f'(x_0) = -3$ معناه $3x_0^2 + 6x_0 = 3$

$3x_0^2 + 6x_0 - 3 = 0$ بحيث $\Delta = 36 - 36 = 0$

ومنه المعادلة تقبل حل مضاعف

$x_0 = \frac{-6}{2 \times 3} = \frac{-6}{6} = -1$

وعليه معادلة المماس (T) عند -1 هي:

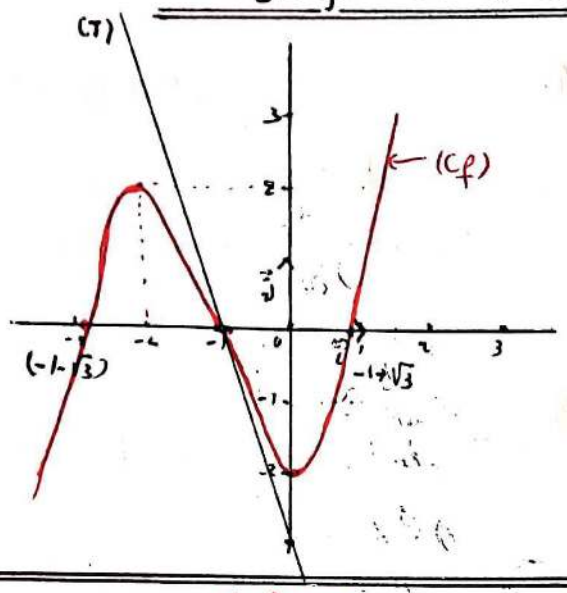
$(T): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$= -3(x+1) + 0$

$y = -3x - 3$

⑦ - إنشاء (C_f) و (T):

(1)

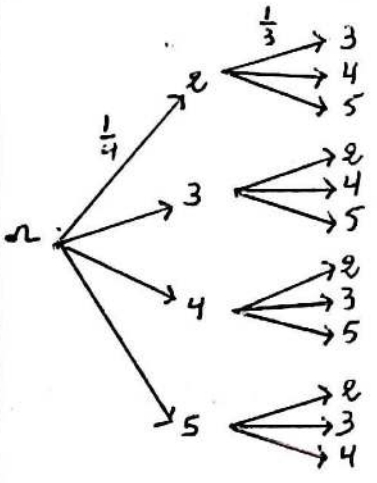


حل التمرين الثاني

⑧

① - إنشاء مخطط يوضح كل الحالات:

(2)



$2+3=5$
$2+4=6$
$2+5=7$
$3+2=5$
$3+4=7$
$3+5=8$
$4+2=6$
$4+3=7$
$4+5=9$
$5+2=7$
$5+3=8$
$5+4=9$

وعليه مجموعة النتائج الممكنة

$\Omega = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

② - قانون احتمال التجربة:

(1)

x_i	5	6	7	8	9
$P(x_i)$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{12}$
	$=\frac{1}{6}$	$=\frac{1}{6}$	$=\frac{2}{6}$	$=\frac{1}{6}$	$=\frac{1}{6}$

Scanné avec CamScanner

③ - تعيين عناصر الحادثتين :

• الحادثة A "الرقم المتحصل عليه أولي"

$A = \{5, 7\}$

• الحادثة B "الرقم المتحصل عليه زوجي" (1)

$B = \{6, 8\}$

④ - الحادثتين A و B متقصيتين :

لأن : $A \cap B = \phi$

لايشتركان في أي عنصر (أي نتيجة) (1)
تتحققهما حاليا.

⑤ - حساب : $P(A)$ و $P(B)$:

(1) $P(A) = P(\{5\}) + P(\{7\})$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(1) $P(B) = P(\{6\}) + P(\{8\})$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

• استنتاج : $P(A \cup B)$

(1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(\phi)$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 0$

$= \frac{3+3}{6} = \frac{5}{6}$

إنتهى

Scanné avec CamScanner