المستوى الثانية ثانوي شعبة رياضيات
فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات 2سا

التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to 6} \frac{3-\sqrt{x+3}}{x-6}$

2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(-2x)}{3x}$

3) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^3+4x^2+3x-1}{(x+1)^2}$

4) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(2x\sqrt{\frac{x}{x-2}} - x\right)$

التمرين الثاني :

I) – لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}7 < \alpha < 0{,}8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و(Δ).

3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

(نأخذ $f(\alpha)\approx -0{,}1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة $f(x)=\sqrt{m}$.

7) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب)استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

(لا يطلب إنشاء (C_h))

التصحيح النموذجي

التمرين الأول :

1) $\lim_{x\to6}\frac{3-\sqrt{x+3}}{x-6}=\lim_{x\to6}\frac{9-(x+3)}{(x-6)(3+\sqrt{x+3})}=\lim_{x\to6}\frac{6-x}{(x-6)(3+\sqrt{x+3})}=\lim_{x\to6}\frac{-1}{3+\sqrt{x+3}}=-\frac{1}{6}$

2) $\lim_{x\to0}\frac{\sin(-2x)}{3x}=\lim_{x\to0}-\frac{2}{3}\left(\frac{\sin(-2x)}{-2x}\right)=-\frac{2}{3}$ لأن $\lim_{X\to0}\frac{sinX}{X}=1$

3) $\lim_{x\to-1}\frac{x^3+4x^2+3x-1}{(x+1)^2}=-\infty$ لأن: $\begin{cases}\lim_{x\to-1}x^3+4x^2+3x-1=-1\\ \lim_{x\to-1}(x+1)^2=0^+\end{cases}$

4) $\lim_{x\to+\infty}\left(2x\sqrt{\frac{x}{x-2}}-x\right)=+\infty$

التمرين الثاني :

$I)$ –

1) أ) $\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$

ب) g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

2) أ) g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فهي رتيبة على المجال $[0,7\,;0,8]$ ولدينا

$g(0,7)\times g(0,8)<0$ ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$

ب) $g(x)>0$ على المجال $]\alpha;+\infty[$

$g(x)<0$ على المجال $]-\infty;\alpha[$

$g(\alpha)=0$

$II)$ –

1) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

2) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) لدينا: $\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}=0$ ومنه (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}(x+1)$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و$-\infty$.

جـ) على المجال $]-\infty;\frac{1}{3}]$ المنحنى (C_f) يقع فوق (Δ)

على المجال $[\frac{1}{3};+\infty[$ المنحنى (C_f) يقع تحت (Δ)

$$(C_f)\cap(\Delta)=\{A\left(\frac{1}{3};\frac{4}{8}\right)\}$$

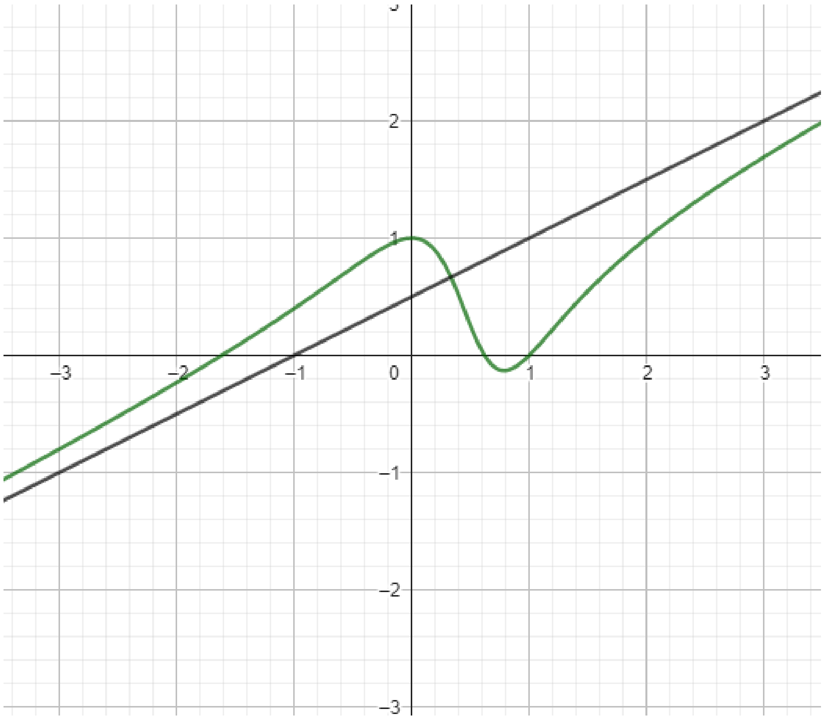
3) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

ب) f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ وعلى المجال $[\alpha;+\infty[$

f متناقصة تماما على المجال $[0;\alpha]$

4) حلول المعادلة $f(x)=0$: $S=\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2};\frac{-1+\sqrt{5}}{2};1\}$

5) الإنشاء:



6) مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما عدد حلول المعادلة $f(x)=\sqrt{m}$

لما $0<m<1$ المعادلة تقبل 3 حلول متمايزة

لما $m=1$ المعادلة تقبل حلين أحدها مضاعف

لما $m>1$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

7) أ) لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$

ب) (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{0}{-2}$