



السنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

المدة: 2سا

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

نرمي زهر نرد غير مزيف ذو خمس أوجه مرقم من 1 إلى 5، المرة الأولى

نسجل الرقم α ثم نرميه مرة ثانية ونسجل الرقم β .

(1) أحسب احتمال الحدثين التاليين:

A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha - \beta = \beta$ "

B: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| \leq 1$ "

(2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رميتين بالعدد $|\alpha - \beta|$

• عين القيم الممكنة لـ X ، ثم أكتب قانون احتماله

• أحسب الأمل الرياضي لـ X

(3) نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث: $x^2 + \alpha x + \beta = 0$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E)

• عين القيم الممكنة لـ Y ، ثم أكتب قانون احتماله.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0] \cup]2; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = 2x\sqrt{\frac{x}{x-2}} - x$$

(1) أحسب:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

(2) أحسب النهايات التالية:

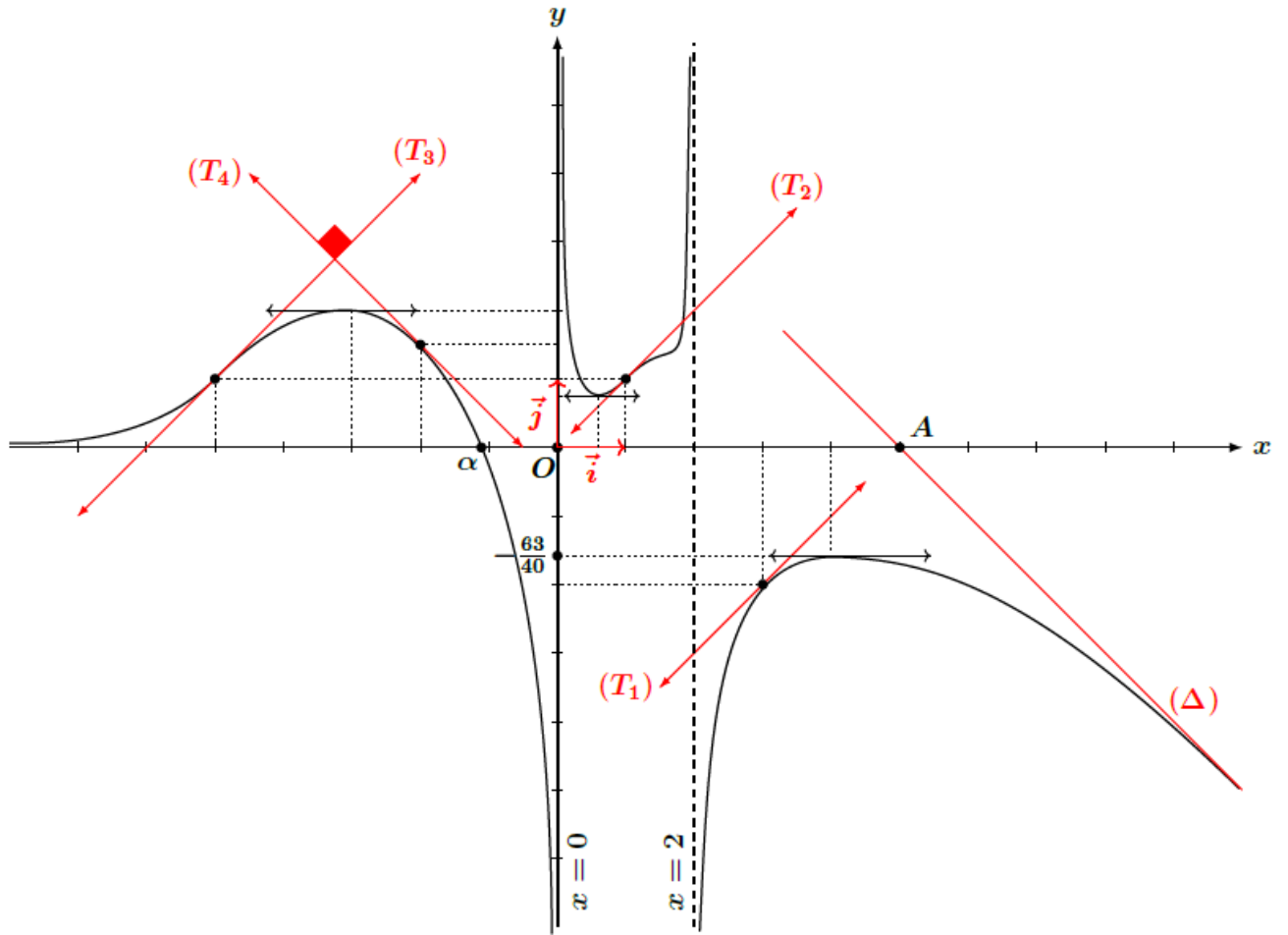
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

المنحنى (C_f) أدناه عبارة عن التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(T_1) ، (T_2) ، (T_3) و (T_4) المماسات للمنحنى (C_f) في النقاط التي فواصلها على الترتيب 3، 1، -5، -2

(Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة A والموازي للمماس (T_4) .



• بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية :

- (1) عين مجموعة تعريف الدالة f .
- (2) أوجد كل من $f(4)$ ، $f(-3)$ ، $f'(4)$ ، $f'(-3)$ ، $f''(-5)$ ، $f''(1)$ ، ماذا تلاحظ ؟
- (3) أوجد نهايات الدالة f عند أطراف D_f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (4) أوجد معادلة لكل من المماسات (T_1) ، (T_2) ، (T_3) و (T_4) .
- (5) كم عدد المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ؟ عينها، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x - 5)$.
- (6) أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)-1}{x-1}$.
- (7) كم عدد حلول كل من المعادلات التالية : $f'(x) = 0$ ، $f(x) = 0$.
- (8) عين مجموعة حلول المترجمات التالية : $f'(x) > 0$ ، $f(x) > 0$.
- (9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب m ، عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = x + \sqrt{m}$.

الرياضيات ملكة العلوم

التصحيح النموذجي

التمرين الأول:

مجموع الإمكانات هو 25 (نجز جدول يوضح كل إمكانات التجربة العشوائية)

(1) حساب احتمال الحدثين التاليين:

A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha - \beta = \beta$ "

لدينا : $\alpha - \beta = \beta$ معناه $\alpha = 2\beta$

الإمكانات التي تحقق المساواة $\alpha = 2\beta$ هي (2; 1) ، (4; 2) ومنه: $P(A) = \frac{2}{25}$

B: " α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| \leq 1$ "

نملأ الجدول بـ $|\alpha - \beta|$ نجد 13 إمكانية تحقق المتباينة ومنه: $P(B) = \frac{13}{25}$

(2) تعيين القيم الممكنة لـ X ثم كتابة قانون احتماله:

قيم المتغير العشوائي X هي: $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	$\frac{5}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$

(3) تعيين القيم الممكنة لـ Y ، ثم كتابة قانون احتماله:

لدينا: $\Delta = \alpha^2 - 4\beta$

لما: $\Delta > 0$ للمعادلة حلين، لما: $\Delta = 0$ للمعادلة حل وحيد، لما: $\Delta < 0$ المعادلة لا تقبل

حلولاً ومنه قيم Y هي: $Y(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

نملأ الجدول السابق بقيم $\alpha^2 - 4\beta$

ومنه $P(Y = 0) = \frac{13}{25}$ $P(Y = 1) = \frac{2}{25}$ $P(Y = 2) = \frac{10}{25}$

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0] \cup]2; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = 2x\sqrt{\frac{x}{x-2}} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 2 \quad (2)$$

التمرين الثالث:

$$D_f = \mathbb{R}^* - \{2\} \quad (1)$$

$$f''(-5) = f''(1) = 0, f'(4) = f'(-3) = 0, f(-3) = 2, f(4) = -\frac{63}{40} \quad (2)$$

(C_f) يقبل نقطتي إنعطاف عند النقطتين (1; 1) و (-5; 1)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$$

$$(T_4): y = -x - \frac{1}{2}, (T_3): y = x + 6, (T_2): y = x, (T_1): y = x - 5 \quad (4)$$

(C_f) يقبل 4 مستقيمات مقارنة: مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب معادلته $x = 2$

و محور الترتيب الذي معادلته $x = 0$ ، محور الفواصل معادلته: $y = 0$ هو مقارب لـ (C_f)، مستقيم مقارب مائل معادلته: $y = -x + 5$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x - 5) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - 1}{x - 1} = f''(1) = 0 \quad (6)$$

(7) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا سالبا وهو α

المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل 3 حلول متمايزة

(8) تعيين مجموعة حلول المتراجحات التالية: $f'(x) > 0, f(x) > 0$:

$$S =] - \infty; \alpha[\cup] 0; 2[\text{ هي: حلول المتراجحة هي:}$$

$$S =] - \infty; -3[\cup] \frac{1}{2}; 2[\cup] 2; 4[\text{ هي: حلول المتراجحة هي:}$$

(9) مناقشة بيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب m حلول المعادلة $f(x) = x + \sqrt{m}$

من أجل كل $m \geq 0$ المعادلة تقبل 3 حلول متمايزة