المستوى:2ع ت — ثانوية اتباطة تيميزار — المدة:1 ساعة و نصف

الفرض الاول في الرياضيات

التمرين الأول: (5 ن)

h دالة معرفة كما يلي: $h(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

- أوجد مجموعة تعريف الدالة h
- أدرس شفعية الدالة h
- بين أن h هي تركيب ثلاث دوال مرجعية يطلب تعيينها

التمرين الثاني: (4 ن)

نعتبر الدالة كثير الحدود P المعرف ب: $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ حيث.

1. بين ان 4 جذر ل P.
2. اكتب P على الشكل $P(x) = (x-4)Q(x)$ حيث Qكثير حدود يطلب تعينه .

التمرين الثالث: (10 ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x) = -x^2 + 3x + 4$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 – اكتب f على الشكل النموذجي ثم بين ان من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

2 – بكتابة f على شكل مركب دوال مرجعية استنتج تغيرات f على المجالين $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$ و $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$

3 – بين ان المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى (H)الذي معدلته $y = -x^2$ بانسحاب يطلب تعيينه

4 – عين نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسمه

5 – لتكن الدالةg المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = |f(x)|$ و C_g تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة , ثم اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) , ارسم (C_g)

☺ ☺ علامة على نظافة الورقة ☺ ☺

بالتوفيـــــــــــــق

التمرين الأول: (5 ن)

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

- h معرفة يعني $x^2 - 1 \geq 0$ أي ان

$$(x-1)(x+1) \geq 0$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	0	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-1)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

و بالتالي $D_h =]-\infty;-1] \cup [1;+\infty[$

- شفعية الدالة h:

$$h(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 1}$$

$$= \sqrt{x^2 - 1} = h(x)$$

منه h دالة زوجية.

- تفكيك h الى مركب ثلاث دوال مرجعية v,u و w

$$w(x) = x^2 \quad v(x) = x - 1 \quad u(x) = \sqrt{x}$$

$$(u \circ v \circ w)(x) = u[v \circ w] = \sqrt{x^2 - 1} = h(x)$$

لان $(v \circ w)(x) = v[w(x)] = x^2 - 1$

التمرين الثاني: (4 ن)

$$P(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$$

1. اثبات ان 4 جذر ل P:

$$P(4) = -4^3 + 6(4)^2 - 9(4) + 4$$

$$= -64 + 96 - 36 + 4$$

$$= 0$$

منه 4 جذر ل P .

2. لتعيين $Q(x)$ نقسم $Q(x)$ على $(x-4)$

$$\begin{array}{l|l}
-x^3 + 6x^2 - 9x + 4 & x - 4 \\
\hline
-\ \ -x^3 + 4x^2 & -x^2 + 2x - 1 \\
= 0 + 2x^2 - 9x & \\
-\ \ 2x^2 - 8x & \\
= 0 - x + 4 & \\
-\ \ -x + 4 & \\
\boxed{= 0 + 0} &
\end{array}$$

وبالتالي $Q(x) = -x^2 + 2x - 1$

التمرين الثالث: (10 ن)

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

1) الشكل النموذجي ل $f(x)$:

$$f(x) = a\left[\left(x - \frac{b}{2a}\right) - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 3^2 - 4(-1)(4) = 25$$

$$f(x) = -\left[\left(x - \frac{3}{-2}\right)^2 - \frac{25}{4}\right]$$ منه $$f(x) = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

2) الدالة f هي مركب دالتين u و v حيث $u(x)=-x^2+\frac{25}{4}$ و $v(x)=x+\frac{3}{2}$

الدالة u هي الدالة مربع مضروبة في عدد سالب زائد عدد اذن u متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ و v دالة تآلفية معامل توجيهها موجب اذن v متزايدة تماما على المجال $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$ و بما ان $f=u\circ v$ فان

الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$

الدالة u هي الدالة مربع مضروبة في عدد سالب زائد عدد اذن u متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$ و v دالة تآلفية معامل توجيهها موجب اذن v متزايدة تماما على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ و بما ان $f=u\circ v$ فان

الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{25}{4}$	$\searrow$	

3) المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى المنحنى (H) الذي معدلته $y=-x^2$ بالانسحاب الذي شعاعه

$-\frac{3}{2}\vec{i}+\frac{25}{4}\vec{j}$

4) نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي حلول المعادلة $f(x)=0$

أي $-x^2+3x+4=0$ لدينا $\Delta=25>0$ منه المعادلة تقبل حلين متمايزين

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3-5}{-2}=4 \quad \text{و} \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+5}{-2}=-1$$

نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي النقط $(-1;0)$ و $(4;0)$

5) كتابة g دون رمز القيمة المطلقة:

$$g(x)=|f(x)|=\begin{cases}-f(x); & f(x)<0\\ f(x); & f(x)\geq 0\end{cases}$$

نرسم المنحنى (C_g) منطبق على الجزء العلوي ل (C_f) (الجزء الواقع فوق محور الفواصل) و النظير بالنسبة للجزء الواقع تحت محور الفواصل.

الرسم: