الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **السنة الدراسية : 2020 - 2021**

المستوى : 2 ثانوي **الشعبة : الرياضيات**

فرض في مادة : الرياضيات (محور الدوال) **المدة : ساعة و نصف**

التمرين الأول : (06 نقاط)

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث : $P(x)=2x^3+3x^2-5$.

1) أحسب $P(1)$ ثم أعط تحليل لـ : $P(x)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$.

3) أدرس حسب قيم x إشارة $P(x)$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x)\geq 0$.

التمرين الثاني : (14 نقطة)

❖ **الجزء الأول :** نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x)=x^2-mx+1$ حيث m وسيط حقيقي ، و ليكن (C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل .

2) عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين .

3) عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) لا يقطع حامل محور الفواصل .

4) عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يشمل النقطة $A(2;-3)$.

❖ **الجزء الثاني :** نضع $m=4$ و نعرف الدالتين f_4 و g على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R}-\{1\}$ على الترتيب بـ : $f_4(x)=x^2-4x+1$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$. ليكن (C_4) و (C_g) تمثيلهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين $ID_{g\circ f_4}$ مجموعة تعريف الدالة $g\circ f_4$ ثم أكتب عبارة الدالة $(g\circ f_4)(x)$.

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $f_4(x)=(x-2)^2-3$ ، ثم استنتج طريقة لإنشاء (C_4) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^2$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن : $g(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

4) بين أن الدالة g هي مركب دالتين بسيطتين u و v يطلب تحديدهما .

5) استنتج اتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.

6) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات .

7) اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من منحنى الدالة $x\mapsto\dfrac{1}{x}$.

8) أنشئ (C_g) و (C_4) في معلمين مختلفين .

9) لتكن الدالتين h و k المعرفتين على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ و $\mathbb{R}$ على الترتيب بـ : $h(x)=g(|x|)$ و $k(x)=-f_4(-x)$.

أ) اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) و (C_k) التمثيلين البيانيين للدالتين h و k على الترتيب انطلاقا من (C_g) و (C_4) .

ب) أنشئ (C_h) و (C_k) في المعلمين السابقين .

إعداد : بن صافية نوال

كتابة : غريب عصام

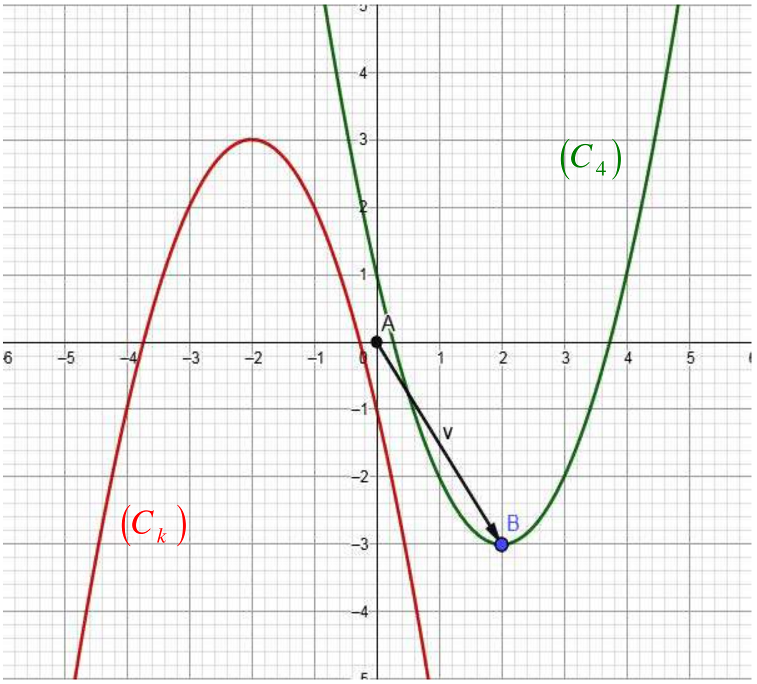
عناصر الإجابة	العلامة المجزأة	العلامة المجموع	عناصر الإجابة	العلامة المجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأول : (06 نقاط)					
نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x)=2x^3+3x^2-5$. **1) حساب $P(1)$ ثم إعطاء تحليل لـ $P(x)$:** لدينا $P(1)=2(1)^3+3(1)^2-5=2+3-5=0$ و منه العدد 1 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$. – **تحليل $P(x)$:**	0.5	02	**2) حل المعادلة $P(x)=0$ في $\mathbb{R}$:** لدينا $P(x)=0$ تكافئ $(x-1)(2x^2+5x+5)=0$ أي أن $x-1=0$ أو $2x^2+5x+5=0$ أي $x=1$ أو $2x^2+5x+5=0$ ، و بما أن $\Delta=5^2-4(2)(5)=-15<0$ فالمعادلة $2x^2+5x+5=0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ ؛ إذن المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ هو $x=1$.	0.5 0.5 0.5 0.5	02
• **تذكير :** كل كثير حدود P من الدرجة n حيث $n\in\mathbb{N}$ يقبل جذرا α أي أن $P(\alpha)=0$ يمكن كتابته من الشكل $P(x)=(x-\alpha)Q(x)$ حيث Q كثير حدود من الدرجة $n-1$. باستخدام القسمة الإقليدية : $\begin{array}{r\|l} 2x^3+3x^2-5 & x-1 \\ \hline -\ 2x^3-2x^2 & 2x^2+5x+5 \\ \hline 5x^2-5 & \\ -\ 5x^2-5x & \\ \hline 5x-5 & \\ -\ 5x-5 & \\ \hline 0 & \end{array}$ إذن : $P(x)=(x-1)(2x^2+5x+5)$.	01 0.5		**3) الدراسة حسب قيم x إشارة $P(x)$:** إشارة $P(x)$ من إشارة الجداء $(x-1)(2x^2+5x+5)$ و استنادا إلى السؤال السابق ، نلخص إشارة $P(x)$ في الجدول التالي : $\begin{array}{\|c\|ccccc\|} \hline x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline x-1 & & - & 0 & + & \\ \hline 2x^2+5x+5 & & + & & + & \\ \hline P(x) & & - & 0 & + & \\ \hline \end{array}$ – **استنتاج حلول المتراجحة $P(x)\ge0$:** انطلاقا من جدول الإشارة فحلول المتراجحة هي $S=[1;+\infty[$.	0.5 01 0.5	02
التمرين الثاني : (14 نقطة)					
❖ **الجزء الأول :** $f_m(x)=x^2-mx+1:ID_f=\mathbb{R};m\in\mathbb{R}$ **1) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل :** $f_2(x)=x^2-2x+1$ فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل هي حلول المعادلة $f_2(x)=0$ التي تكافئ $x^2-2x+1=0$ أي أن $(x-1)^2=0$ و بالتالي $x-1=0$ إذن $x=1$.	0.25	0.5	$(C_2)\cap(xx')=\{(1;0)\}$ **2) تعيين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين :** أي أن المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حلين متمايزين في $\mathbb{R}$. المعادلة $f_m(x)=0$ تكافئ $x^2-mx+1=0$. $\Delta_m=(-m)^2-4(1)(1)$ $\Delta_m=m^2-4=(m-2)(m+2)$	0.25 0.25	

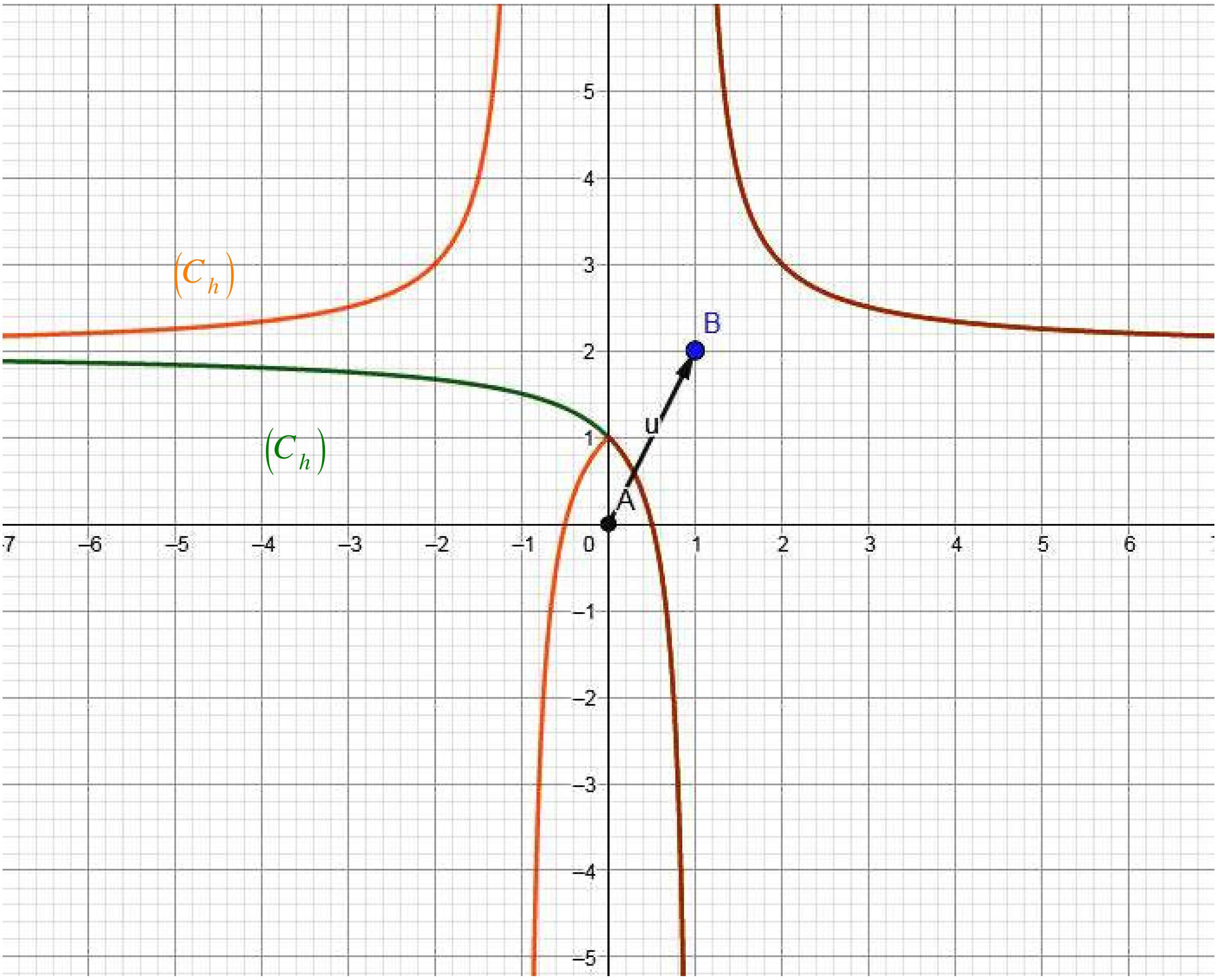
$\begin{array}{c\|ccccccc} m & -\infty & & -2 & & 2 & & +\infty \\ \hline m-2 & & - & & - & 0 & + & \\ m+2 & & - & 0 & + & & + & \\ \Delta_m & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$ المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حلين متمايزين معناه $\Delta_m>0$ أي أن . $m\in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$	0.25 0.5	01
3) تعيين قيم m بحيث المنحنى (C_m) لا يقطع حامل محور الفواصل : المنحنى (C_m) لا يقطع حامل محور الفواصل معناه أن المعادلة $f_m(x)=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ أي أن $\Delta_m<0$ و بالتالي . $m\in]-2;2[$	0.25 0.5	0.75
4) تعيين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يشمل النقطة $A(2;-3)$: $A(2;-3)\in(C_m)$ يكافئ $f_m(2)=-3$ أي أن $2^2-m(2)+1=-3$ و منه $-2m=-8$ إذن $m=4$.	0.25 0.5	0.75
❖ **الجزء الثاني :** $f_4(x)=x^2-4x+1\ ;\ ID_{f_4}=\mathbb{R}$ $g(x)=\frac{2x-1}{x-1}\ ;\ ID_g=\mathbb{R}-\{1\}$ **1) تعيين $ID_{g\circ f_4}$ مجموعة تعريف الدالة $g\circ f_4$:** $ID_{g\circ f_4}=\{x\in ID_{f_4}/f_4(x)\in ID_g\}$ $ID_{g\circ f_4}=\{x\in\mathbb{R}/f_4(x)\in\mathbb{R}-\{1\}\}$ $ID_{g\circ f_4}=\{x\in\mathbb{R}/x^2-4x+1\neq1\}$ $ID_{g\circ f_4}=\{x\in\mathbb{R}/x^2-4x\neq0\}$ $ID_{g\circ f_4}=\{x\in\mathbb{R}/x(x-4)\neq0\}$ $ID_{g\circ f_4}=\{x\in\mathbb{R}/x\neq0\ et\ x-4\neq0\}$ $ID_{g\circ f_4}=\{x\in\mathbb{R}/x\neq0\ et\ x\neq4\}$ $ID_{g\circ f_4}=\mathbb{R}-\{0;4\}$ **- تعيين عبارة $(g\circ f_4)(x)$:** $(g\circ f_4)(x)=g[f_4(x)]$ $(g\circ f_4)(x)=\frac{2(x^2-4x+1)-1}{x^2-4x+1-1}$ $(g\circ f_4)(x)=\frac{2x^2-8x+1}{x^2-4x}$	0.25 0.25 0.5	01

2) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f_4(x)=(x-2)^2-3$: لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $(x-2)^2-3=x^2-4x+4-3$ $(x-2)^2-3=x^2-4x+1$ $(x-2)^2-3=f_4(x)$ **- استنتاج طريقة لإنشاء (C_4) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^2$:** لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f_4(x)=(x-2)^2-3$ من الشكل $f_4(x)=(x+a)^2+b$ حيث $(a;b)=(-2;-3)$ إذن (C_4) هو صورة منحنى الدالة $x\mapsto x^2$ بانسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-a\\b\end{pmatrix}$ أي $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$.	0.5 0.25 0.25	01
3) تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن $g(x)=a+\frac{b}{x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما : لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $g(x)=\frac{2x-1}{x-1}=\frac{2x-2+1}{x-1}$ $g(x)=\frac{2(x-1)+1}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x-1}+\frac{1}{x-1}$ $g(x)=2+\frac{1}{x-1}$ و منه $(a;b)=(2;1)$.	0.5 0.5	01
4) تبيين أن الدالة g هي مركب دالتين بسيطتين u و v يطلب تحديدهما : لدينا $g(x)=2+\frac{1}{x-1}$ من الشكل $g(x)=2+\frac{1}{(ax+b)}$ ، بالتالي : $\begin{tikzcd} x \arrow[r, "v"] \arrow[rr, bend left, "g=u\circ v"] & x-1 \arrow[r, "u"] & 2+\frac{1}{x-1} \end{tikzcd}$ و منه $g(x)=(u\circ v)(x)$ حيث $v(x)=x-1$ و $u(x)=2+\frac{1}{x}$. $ID_v=\mathbb{R}\ ;\ ID_u=\mathbb{R}^*$	0.5 0.5	01

5) دراسة اتجاه تغير الدالة g :		**1.5**
• تذكير (اتجاه تغير تركيب دالتين) : لتكن f دالة معرفة على المجال I و g دالة معرفة على المجال $f(I)$: – إذا كانت الدالتين f و g لهما نفس اتجاه التغير على كل من I و $f(I)$ فإن الدالة $(g\circ f)$ متزايدة على I . – إذا كانت الدالتين f و g متعاكسة في اتجاه التغير (إحداهما متزايدة و الأخرى متناقصة) على كل من I و $f(I)$ فإن الدالة $(g\circ f)$ متناقصة على I .		
– الدالة v متزايدة تماما على المجال $]-\infty;1[$ و الدالة u متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ ، $v(]-\infty;1[)=]-\infty;0[$ إذن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$. – الدالة v متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و الدالة u متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، $v(]1;+\infty[)=]0;+\infty[$ إذن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$.	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25	
6) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات : لدينا $g(0)=\frac{2(0)-1}{0-1}=1$ و بالتالي : $(C_g)\cap(yy')=\{(0;1)\}$ لدينا المعادلة $g(x)=0$ تكافئ $\frac{2x-1}{x-1}=0$ و تكافئ $\begin{cases}2x-1=0\\x-1\neq 0\end{cases}$ أي أن و بالتالي : $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\x\neq 1\end{cases}$ $(C_g)\cap(xx')=\left\{\left(\frac{1}{2};0\right)\right\}$	0.25 0.25 0.25 0.25	**01**
7) شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من منحنى الدالة $x\mapsto\frac{1}{x}$: لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$: $g(x)=2+\frac{1}{x-1}$ من الشكل $g(x)=\frac{1}{x+a}+b$ حيث	0.25	**0.5**

$(a;b)=(-1;2)$ إذن (C_g) هو صورة منحنى الدالة $x\to\frac{1}{x}$ بانسحاب شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}-a\\b\end{pmatrix}$ أي $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.	0.25	
8) الإنشاء (آخر التصحيح) :	1.5	**1.5**
9) الدالتان : $h(x)=g(\lvert x\rvert)\ ;\ ID_h=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ $k(x)=-f_4(-x)\ ;\ ID_k=\mathbb{R}$ **أ) شرح كيفية إنشاء (C_h) و (C_k) التمثيلين البيانيين للدالتين h و k على الترتيب انطلاقا من (C_g) و (C_k) :** لدينا : $h(x)=\begin{cases}g(x)\ ;\ x\in[0;1[\cup]1;+\infty[\\g(-x)\ ;\ x\in]-\infty;-1[\cup]-1;0]\end{cases}$ و بالتالي لما $x\in[0;1[\cup]1;+\infty[$ فإن (C_h) ينطبق على (C_g) ، ثم نناظر هذا الجزء بالنسبة إلى حامل محور التراتيب (yy') . لدينا $k(x)=-f_4(-x)\ ;\ x\in\mathbb{R}$ أي أنه من أجل كل نقطة $M(x;y)\in(C_4)$ ترفق بالنقطة $M'(-x;-y)\in(C_k)$ و بالتالي (C_k) هو نظير (C_g) بالنسبة إلى المبدأ $O(0;0)$.	0.25 0.5 0.25 0.5	**1.5**
ب) الإنشاء (آخر التصحيح) :	01	**01**





إعداد و كتابة : غريب عصام

تم بحمد الله يوم السبت 02 جانفي 2021 م

إن كان هناك خطأ يرجى تصويبها دون النقد بلا عمل فقد جل من لا يخطئ