

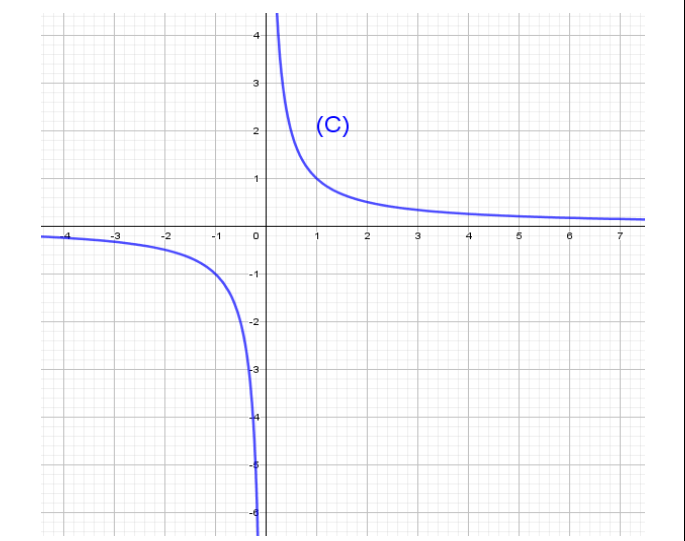
التمرين الأول : (14.5 نقطة)
 الجزء 1: لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{-2x+7}{x-3}$ و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 <جد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

تكافئ بالتالي: $D_f = \dots\dots\dots$
 عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من D_f : $f(x) = a + \frac{b}{x-3}$

$f(x) = \dots\dots\dots$
 نضع: $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

يعني: $\left\{ \begin{array}{l} a = \dots\dots\dots \\ b = \dots\dots\dots \end{array} \right.$
 بالتالي: $f(x) = \dots\dots\dots + \frac{\dots\dots\dots}{x-3}$

<استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_f) على D_f انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب (C) على المجال \mathbb{R}^* ثم أنشئه.
 المنحنى (C_f) على D_f هو



<استنتج جدول تغيرات الدالة f على D_f .

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$				

لتكن النقطة Ω ذات الإحداثيات $(3; -2)$ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

<بعد تعيين دساتير تغيير المعلم بين أن معادلة المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ هي: $Y = \frac{1}{X}$.
 دساتير تغيير المعلم: $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

تكافئ: يعني:
 أي:

<أدرس شفعية الدالة f في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
 لدينا مهما $X \in \mathbb{R}^*$ فان $-X \in \mathbb{R}^*$

ومنه f دالة في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ و بالتالي

الجزء 2: لتكن الدالة k المعرفة بـ: $k(x) = \sqrt{\frac{-2x+7}{x-3}}$
 <بين أن الدالة k هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

نضع: $k = \dots \circ \dots$ بحيث أن: $k: x \mapsto \dots \xrightarrow{\dots} \dots$

<حل في D_f المتراجحة $\frac{-2x+7}{x-3} \geq 0$

جدول إشارات $\frac{-2x+7}{x-3}$ على المجال D_f :

x	$-\infty$	$+\infty$

حلول المتراجحة $\frac{-2x+7}{x-3} \geq 0$ على D_f هي:
 <بفرض أن D_g هي مجموعة تعريف الدالة g جد D_k مجموعة تعريف الدالة k .

$D_k = \{ \dots\dots\dots \}$
 $= \{ \dots\dots\dots \}$
 $= \{ \dots\dots\dots \}$
 $= \dots\dots\dots$

أدرس اتجاه تغير الدالة k على D_k

0.75

0.25

بالتالي الدالة k تماما على المجال D_k

الجزء 3: h دالة عددية معرفة بـ: $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ جد D_h مجموعة تعريف الدالة h .

$$h(x) = f(|x|) = \frac{-2|x| + 7}{|x| - 3}$$

0.75

تكافئ يعني أي
 $\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$

0.25

بالتالي: $D_h = \dots$

بين أن الدالة h زوجية في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

0.50

ومنه h دالة زوجية في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وبالتالي

0.25

استنتج جدول تغيرات الدالة h على D_h .

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$					

0.25

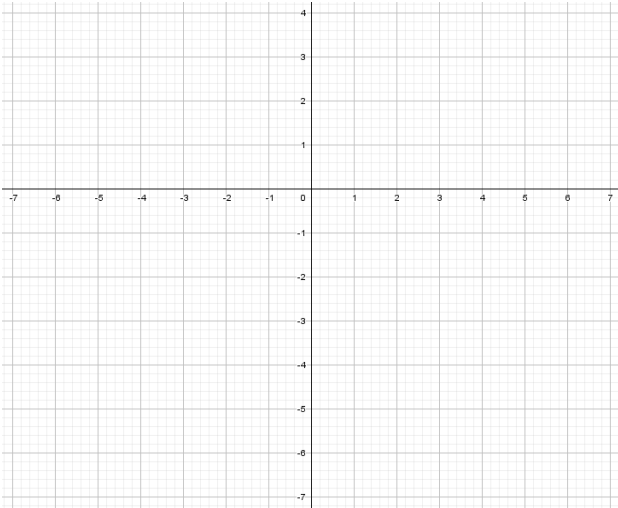
أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة على D_h

0.50

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} \dots; x \in \dots \\ \dots; x \in \dots \end{cases}$$

استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_h) على D_h انطلاقا من الفحنى (C_f) على المجال D_f ثم أنشئه.

0.50



التمرين الثاني: (5.5 نقاط)

$P(x)$ لثالث حدود معرف على \mathbb{R} بـ:

$$P(x) = -8x^3 + 32x^2 + 2x - 8$$

بين أن العدد 4 جذرا لـ $P(x)$

0.50

0.25

جد باستعمال القسمة الاقليدية الأعداد الحقيقية a, b, c

بحيث من أجل كل x من \mathbb{R} : $P(x) = (x-4)(ax^2 + bx + c)$

$$\begin{array}{r} -8x^3 + 32x^2 + 2x - 8 \quad | \quad x - 4 \\ \hline \end{array}$$

1.00

0.75

ومنه $a = \dots$ $b = \dots$ $c = \dots$ بالتالي $P(x) = (x-4)(\dots)$

حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم حل في \mathbb{R}

$$P(x) = 0 \text{ المعادلة}$$

$P(x) = 0$ تكافئ: يعني:

0.75

أي: $\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$

نحل في \mathbb{R} المعادلة

0.75

0.50

$$\begin{cases} x_1 = \dots = \dots = \dots = \dots \\ x_2 = \dots = \dots = \dots = \dots \end{cases}$$

0.50

$$P(x) = (\dots)(\dots)(\dots)$$

0.25

0.75

حلول المعادلة $P(x) = 0$ في \mathbb{R} هي: $\{\dots; \dots; \dots\}$

◀ بعد تعيين دساتير تغيير المعلم بين أن معادلة المنحنى (C_f)

بالنسبة إلى المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ هي : $Y = \frac{1}{X}$

0.50

دساتير تغيير المعلم : $\begin{cases} x = X + 3 \\ y = Y - 2 \end{cases}$

0.25

$f(x) = -2 + \frac{1}{x-3}$ تكافئ $y = -2 + \frac{1}{x-3}$ معناه :

0.50

$Y = \frac{1}{X}$ أي : $Y - 2 = -2 + \frac{1}{X + 3 - 3}$

0.75

◀ أدرس شفعية الدالة f في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $X \in \mathbb{R}^*$ فإن $-X \in \mathbb{R}^*$

0.50

$$f(-X) = \frac{1}{-X} = -\frac{1}{X} = -f(X)$$

0.25

ومنه f دالة فردية في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ وبالتالي المنحنى (C_f)

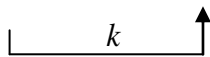
0.25

يقبل مبدأ المعلم Ω كمركز تناظر.

الجزء 2 : لتكن الدالة k المعرفة بـ : $k(x) = \sqrt{\frac{-2x+7}{x-3}}$

◀ بين أن الدالة k هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

نضع : $k = g \circ f$ بحيث أن : $k : x \mapsto \frac{-2x+7}{x-3} \xrightarrow{f} \sqrt{\frac{-2x+7}{x-3}}$



0.50

أي : $g(x) = \sqrt{x}$ و $f(x) = \frac{-2x+7}{x-3}$

◀ حل في $\mathbb{R} - \{3\}$ المتراجحة $\frac{-2x+7}{x-3} \geq 0$

0.75

$\frac{-2x+7}{x-3} = 0$ تكافئ : $\begin{cases} -2x+7=0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} x = 7/2 \\ x \neq 3 \end{cases}$

جدول إشارات $\frac{-2x+7}{x-3}$ على المجال $\mathbb{R} - \{3\}$:

x	$-\infty$	3	$7/2$	$+\infty$
$-2x+7$	+	+	0	-
$x-3$	-	0	+	+
$\frac{-2x+7}{x-3}$	-	+	0	-

0.50

حل المتراجحة $\frac{-2x+7}{x-3} \geq 0$ على $\mathbb{R} - \{3\}$ هي : $\left] 3; \frac{7}{2} \right]$

◀ بفرض أن D_g هي مجموعة تعريف الدالة g جد D_k

مجموعة تعريف الدالة k .

0.50

$$D_k = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{3\} \text{ et } f(x) \in \mathbb{R}^+ \right\}$$

0.25

$$= \left\{ x \in \mathbb{R} - \{3\} \text{ et } \frac{-2x+7}{x-3} \in \mathbb{R}^+ \right\}$$

0.25

$$= \left\{ x \in \mathbb{R} - \{3\} \text{ et } x \in \left] 3; \frac{7}{2} \right] \right\}$$

0.50

$$= (\mathbb{R} - \{3\}) \cap \left] 3; \frac{7}{2} \right] = \left] 3; \frac{7}{2} \right]$$

معالجة فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات للقسم 2 تر

التمرين الأول : (14.5 نقطة)

الجزء 1 : لتكن الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{-2x+7}{x-3}$

و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

◀ جد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

$x-3 \neq 0$ تكافئ $x \neq 3$ بالتالي : $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$

◀ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x

من D_f : $f(x) = a + \frac{b}{x-3}$

0.50

$$f(x) = a + \frac{b}{x-3} = \frac{a(x-3)+b}{x-3} = \frac{ax-3a+b}{x-3}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{-2x+7}{x-3} \dots\dots\dots(1) \\ f(x) = \frac{ax-3a+b}{x-3} \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

نضع :

1.00

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد : $\begin{cases} ax = -2x \\ -3a+b = 7 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$

بالتالي : $f(x) = -2 + \frac{1}{x-3}$

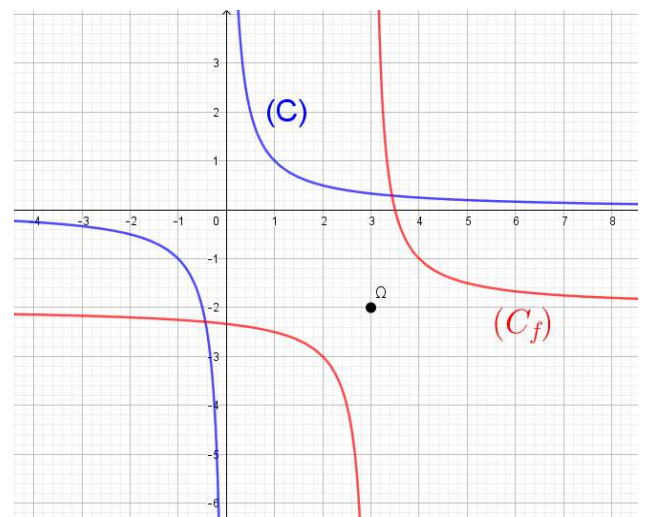
◀ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_f) على D_f انطلاقا من

منحنى الدالة مقلوب (C) على المجال \mathbb{R}^* ثم أنشئه.

المنحنى (C_f) على D_f هو صورة المنحنى (C) على \mathbb{R}^*

بالانسحاب الذي شعاعه $3\vec{i} - 2\vec{j}$

0.50



◀ استنتج جدول تغيرات الدالة f على D_f .

0.50

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-2	$+\infty$	-2

لتكن النقطة Ω ذات الإحداثيات $(3; -2)$ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أدرس اتجاه تغير الدالة k على D_k

من جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن f متناقصة تماما على

$$f\left(3; \frac{7}{2}\right) = \mathbb{R}^+ = [0; +\infty[\text{ و } \left]3; \frac{7}{2}\right]$$

ولدينا من جهة أخرى الدالة g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$

بالتالي الدالة k متناقصة تماما على المجال $\left]3; \frac{7}{2}\right]$

الجزء 3: h دالة عددية معرفة بـ: $h(x) = f(|x|)$

و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

جد D_h مجموعة تعريف الدالة h .

$$h(x) = f(|x|) = \frac{-2|x| + 7}{|x| - 3}$$

$$\begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -3 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x \neq 3 \\ -x \neq 3 \end{cases} \text{ تكافئ } |x| \neq 3 \text{ يعني } |x| - 3 \neq 0$$

بالتالي: $D_h = \mathbb{R} - \{-3; 3\} =]-\infty; -3[\cup]-3; 3[\cup]3; +\infty[$

بين أن الدالة h زوجية في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ثم فسر

النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $x \in D_h$ فان $-x \in D_h$

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

ومنه h دالة زوجية بالتالي المنحني (C_h) يقبل محور الترتيب

(yy') لثمحور تناظر.

استنتج جدول تغيرات الدالة h على D_h .

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$h(x)$			$-\frac{7}{3}$		
	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة على D_h

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x); x \in \mathbb{R}^+ - \{3\} \\ f(-x); x \in \mathbb{R}_-^* - \{3\} \end{cases} = \begin{cases} \frac{-2x+7}{x-3}; x \in \mathbb{R}^+ - \{3\} \\ \frac{2x+7}{-x-3}; x \in \mathbb{R}_-^* - \{3\} \end{cases}$$

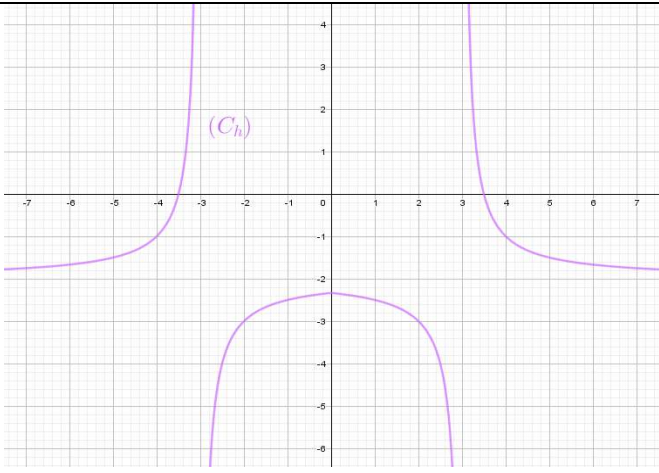
استنتج طريقة لإنشاء المنحني (C_h) على D_h انطلاقا من

الفحني (C_f) على المجال D_f ثم أنشئه.

(C_h) على $\mathbb{R}^+ - \{3\}$ منطبق على (C_f) على $\mathbb{R}^+ - \{3\}$

أما (C_h) على $\mathbb{R}_-^* - \{3\}$ هو نظير (C_h) على $\mathbb{R}_+^* - \{3\}$

بالنسبة لمحور الترتيب لأن h دالة زوجية.



التمرين الثاني: (5.5 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود معرف على \mathbb{R} بـ:

$$P(x) = -8x^3 + 32x^2 + 2x - 8$$

بين أن العدد 4 جذر لـ $P(x)$

$$P(4) = -8 \times 4^3 + 32 \times 4^2 + 2 \times 4 - 8 = 520 - 520 = 0$$

جد باستعمال القسمة الاقليدية الأعداد الحقيقية a, b, c

بحيث من أجل كل x من \mathbb{R} : $P(x) = (x-4)(ax^2 + bx + c)$

$$\begin{array}{r|l} -8x^3 + 32x^2 + 2x - 8 & x - 4 \\ \hline -8x^3 + 32x^2 & \\ \hline 0 + 2x - 8 & \\ 2x - 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ومنه $a = -8$ | $b = 0$ | $c = 2$ بالتالي $P(x) = (x-4)(-8x^2 + 2)$

حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم حل في \mathbb{R}

$$\text{المعادلة } P(x) = 0$$

$P(x) = 0$ تكافئ: $P(x) = (x-4)(-8x^2 + 2)$ يعني:

$$\begin{cases} x = 4 \\ -8x^2 + 2 = 0 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x - 4 = 0 \\ -8x^2 + 2 = 0 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} x = 4 \\ -8x^2 + 2 = 0 \end{cases}$$

نحل في \mathbb{R} المعادلة $-8x^2 + 2 = 0$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8, \Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4(-8)(2) = 64$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 - 8}{2(-8)} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 + 8}{2(-8)} = \frac{8}{-16} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= -8(x-4)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) \\ &= [-2(x-4)] \left[2\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] \left[2\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \\ &= (8-2x)(2x-1)(2x+1) \end{aligned}$$

حلول المعادلة $P(x) = 0$ في \mathbb{R} هي: $\left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 4\right\}$