

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (12 نقاط)

تكن الدالة العددية f المعرفة على $R - \{1\}$ حيث: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{i}, \vec{j}, 0)$.

(1)- تحقق أنه من أجل كل x من $R - \{1\}$ يكون: $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$

(2)- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$

(3)- إنطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب اشرح كيفية رسم المنحنى (C_f) ثم أرسمه.

(4)- برهن أن النقطة $\Omega(1,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5)- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g حيث: $g(x) = |f(x)|$

(6)- نعتبر الدالة h المعرفة على $]1; +\infty[\cup]-\infty; \frac{1}{2}]$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$

- تحقق أن الدالة h مركبة من الدالة f ودالة مرجعية يطلب تعيينها.

- استنتج اتجاه تغير الدالة h على $]-\infty; \frac{1}{2}[$ و $]1; +\infty[$.

التمرين الثاني: (8 نقاط)

ليكن f كثير الحدود حيث: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

❖ أحسب $f(0), f(3)$ ، ماذا تستنتج؟

❖ عين الأعداد الحقيقية α, β, δ بحيث: من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f(x) = (x-3)(\alpha x^2 + \beta x + \delta)$$

❖ حل في مجموعة الأعداد الحقيقية IR المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$

استنتج حلول المعادلة: $f(x) = 0$.

❖ حل في مجموعة الأعداد الحقيقية IR المتراجحة: $f(x) < 0$

تصحيح الفرض الاول للثلاثي الاول في مادة الرياضيات

<u>التمرين الأول:</u>																					
0.5 ن	<p>1. التحقق أن $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$ لدينا $2 + \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1} = f(x)$</p> <p>2. دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$:</p>																				
0.5 ن 2 ن	<p>لدينا $f(x) = u[v(x)]$ حيث $v(x) = x - 1$ و $u(x) = 2 + \frac{1}{x}$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$ لان الدالة u متناقصة تماما على المجالين (دالة مقلوب + عدد حقيقي) والدالة v متزايدة تماما على المجالين (دالة تالفية معاملها موجب).</p>																				
1 ن	<p>3. لتكن $M(x; y)$ نقطة من منحنى الدالة مقلوب و $M'(x'; y')$ من (C_f) حيث $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} x - x' = 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$ إذن (C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$</p>																				
1 ن	<p>4. تبين أن $\Omega(1; 2)$ مركز تناظر ل (C_f) سابقا وجدنا أن (C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ (دساتير تغيير معلم) كما نعلم أن الدالة مقلوب فردية على \mathbb{R}^* ومنه $\Omega(1; 2)$ مركز تناظر ل (C_f).</p>																				
0.25 ن	<p>5. لدينا $g(x) = f(x) = \begin{cases} f(x) ; f(x) \geq 0 \\ -f(x) ; f(x) \leq 0 \end{cases}$ إشارة $f(x) = 0$ معناه $2x - 1 = 0$ أي $x = \frac{1}{2}$ و $x \neq 1$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{2}$</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$2x - 1$</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$x - 1$</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	$2x - 1$	-	0	+	+	$x - 1$	-	-	-	+	$f(x)$	+	0	-	+
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$																	
$2x - 1$	-	0	+	+																	
$x - 1$	-	-	-	+																	
$f(x)$	+	0	-	+																	
0.5 ن	<p>ومنه $g(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} ; x \in]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]1; +\infty[\\ \frac{-2x+1}{x-1} ; x \in [\frac{1}{2}; 1[\end{cases}$</p>																				
0.75 ن	<p>وبالتالي (C_g) ينطبق على (C_f) على المجالين $]-\infty; \frac{1}{2}[$ و $]1; +\infty[$ و (C_g) نظير (C_f) على المجال $[\frac{1}{2}; 1[$.</p>																				
1 ن	<p>الرسم</p>																				
1 ن	<p>6. لدينا من السؤال السابق $f(x) \geq 0$ من اجل $x \in]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]1; +\infty[$</p>																				
1 ن	<p>وبالتالي $h(x) = \sqrt{f(x)}$ ومنه $h(x) = u[f(x)]$ حيث $u(x) = \sqrt{x}$ اتجاه تغير الدالة</p>																				
1.5 ن	<p>7. لدينا $h = u \circ f$ ومنه الدالة h متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; \frac{1}{2}[$ و $]1; +\infty[$ لان u متزايدة تماما على المجالين $]-\infty; \frac{1}{2}[$ و $]1; +\infty[$ و f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; \frac{1}{2}[$ و $]1; +\infty[$</p>																				

التمرين الثاني:

0.5 ن
0.25 ن

- $f(3) = 0$ ، $f(0) = -6$
ومنه نستنتج أن 3 جذر للدالة f
- تعيين الثوابت:
باستخدام القسمة الاقليدية

1 ن

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 6x^2 + 11x - 6 & x - 3 \\
 \underline{-x^3 + 3x^2} & \\
 -3x^2 + 11x & \\
 \underline{3x^2 - 9x} & \\
 2x - 6 & \\
 \underline{-2x + 6} & \\
 0 & \\
 \hline
 & x^2 - 3x + 2
 \end{array}$$

0.5 ن

- ومنه $f(x) = (x - 3)(x^2 - 3x + 2)$
حلول المعادلة $x^2 - 3x + 2 = 0$

0.5 ن
0.25 ن

- حساب المميز: $\Delta = 9 - 8 = 1 > 0$
ومنه للمعادلة حلان متميزان هما:

1 ن

$$S = \{1; 2\} \text{ إذن حلول المعادلة } x_2 = \frac{3+1}{2} = 2 \text{ أو } x_1 = \frac{3-1}{2} = 1$$

0.25 ن
0.75 ن

- نضع $(x - 3)(x^2 - 3x + 2) = 0$ معناه $(x - 3) = 0$ او $(x^2 - 3x + 2) = 0$
ومنه $x = 3$ او $x = 1$ او $x = 2$ إذن الحلول هي $\{1; 2; 3\}$
حلول المتراجحة $f(x) < 0$:

2 ن

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$x - 3$	-	0	-	0	+
$x^2 - 3x + 2$	+	0	+	0	-
$f(x)$	-	0	-	0	+

1 ن

$$S =]-\infty; 1[\cup]1; 2[\text{ ومنه حلول المتراجحة } f(x) < 0 \text{ هي: }$$

