



جانفي 2021

المستوى: الثانية رياضيات

المدة : 2 سا

الفرض الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (7 ن)

ليكن $P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x :

$$P(x) = (x-2) Q(x)$$

3- حل في \mathbb{R} المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني (13 ن)

نعتبر الدالة f_a المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ ب:

$$f_a(x) = \frac{3x - 6 + a}{x - 2}$$

a عدد حقيقي غير معدوم.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس

$(O; \vec{i}; \vec{j})$

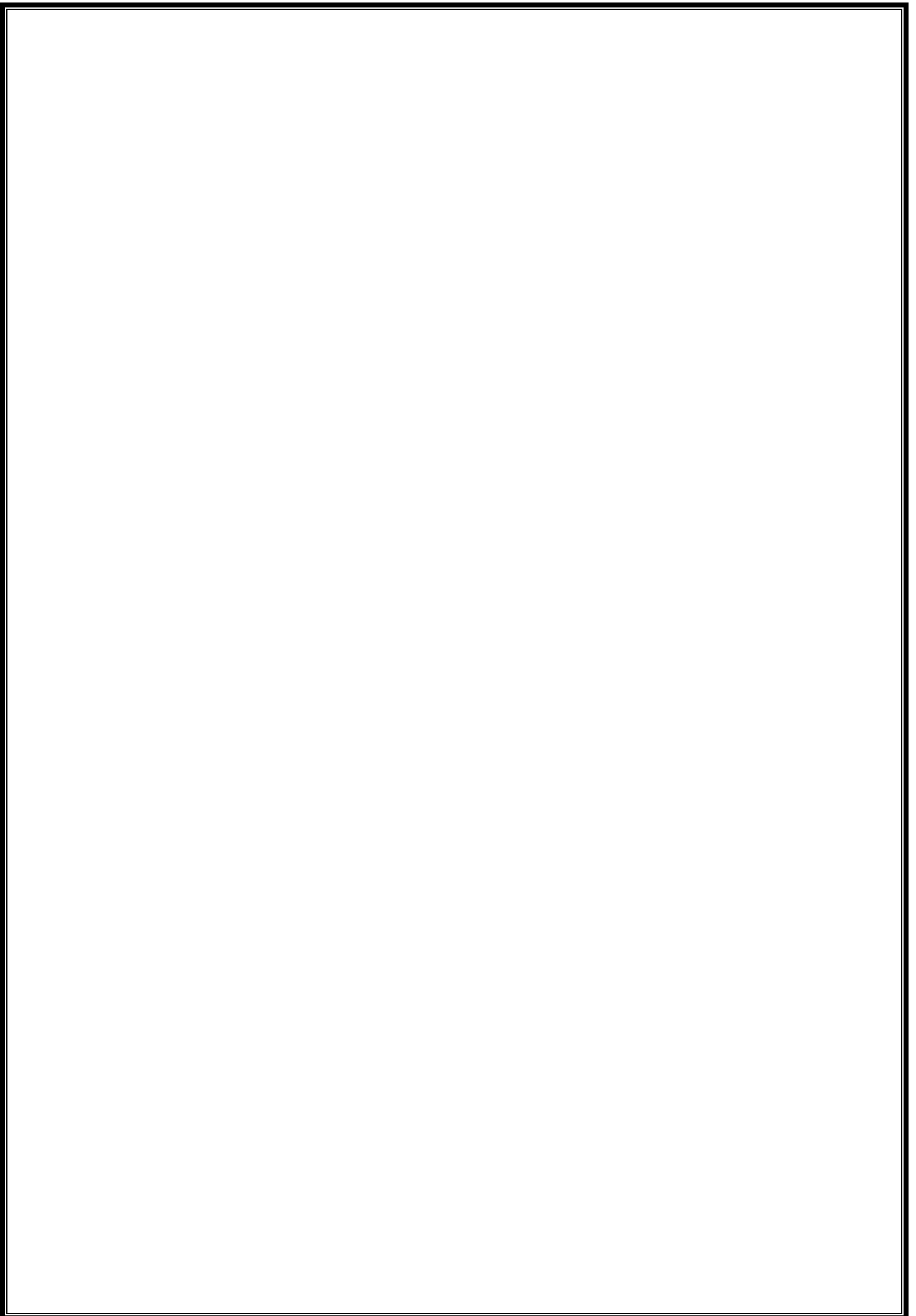
الجزء الاول :

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة f_a حسب قيم a .
- (2) عين قيمة a حتى يتقاطع منحنى الدالة f مع محور الفواصل في النقطة $A(0,2)$

الجزء الثاني :

$$\text{نضع } a = 4 : f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

- (1) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
- (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوزيان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و (T')
- (4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')
- (5) بين أن النقطة $\Omega (2 ; 3)$ مركز تناظر ل (C_f) .
- (6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2 ; 6]$
- (7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :
$$g(x) = \frac{3|x|-2}{|x|-2}$$
ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.
(أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) .
(ب) ارسم المنحنى (C_g) .



التصحيح النموذجي

	التنقيط	الحل	التمرين																							
7 ن	0.5 ن	<p>1- نبين أن العدد 2 هو جذر لـ $P(x)$</p> $P(2) = 2(2)^3 - 13(2)^2 + 13(2) + 10 = 52 - 52 = 0$ <p>ومنه 2 هو جذر لـ $P(x)$</p>	التمرين 1																							
7 ن	1.5 ن	<p>2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$</p> <p>باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد :</p> $Q(x) = 2x^2 - 9x - 5$																								
7 ن	1.5 ن	<p>3- حل في \mathbb{R} المعادلة : $P(x) = 0$ معناه $(x-2)Q(x) = 0$</p> <p>إما $(x-2) = 0$ أو $2x^2 - 9x - 5 = 0$ ومنه $(x=2)$</p> <p>أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما</p> $x_1 = -\frac{1}{2} \text{ و } x_2 = 5$ <p>إذن</p> $S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2; 5 \right\}$																								
7 ن	1.5 ن	<p>4- إشارة $P(x)$</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{1}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$x-2$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$Q(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$P(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$	$x-2$	-		-	0	+	$Q(x)$	+	0	-		+	$P(x)$	-	0	+	0
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$																					
$x-2$	-		-	0	+																					
$Q(x)$	+	0	-		+																					
$P(x)$	-	0	+	0	+																					
7 ن	1 ن	<p>استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$</p> $S =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]2; 5[$ <p>- استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x</p>																								

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

نضع $t^2 = x$ و منه $t = \sqrt{x}$ و $t^3 = x\sqrt{x}$ مع $t > 0$

ن 1

و منه تصبح المعادلة $2t^3 - 13t^2 + 13t + 10 = 0$

و منه $t_1 = -\frac{1}{2}$ و $t_2 = 2$; $t_3 = 5$ مرفوض .

إذن :

$$S = \{ 4; 25 \}$$

الجزء الاول :

(1) اتجاه تغير الدالة f_a .

- تعيين f'_a مشتقة الدالة f_a و دراسة إشارتها.

f_a دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f'_a(x) = \frac{-a}{(x-2)^2}$$

التمرين 2

1ن

- إشارة $f'_a(x)$ حسب قيم :

إذا كان $a > 0$ فإن $f'(x) < 0$

- و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$

إذا كان $a < 0$ فإن $f'(x) > 0$

- و منه الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$

(2) حساب a :

$$f(0) = \frac{-6+a}{-2} = 2$$
$$a = 2$$

0.5ن

الجزء الثاني :

(1) اتجاه تغير الدالة f .

- تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها.

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$$

- إشارة $f'(x)$:

نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$:

$$f'(x) < 0$$

- و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$

جدول التغيرات

0.5 ن

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	↘		↘

1 ن

(2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

- مع محور الفواصل معناه $y=0$ و منه $(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2}; 0)\}$
- مع محور الترتيب معناه $x=0$ و منه $(C_f) \cap (yy') = \{B(0; 1)\}$

1 ن

(3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو $y = -x + 3$

$$\text{معناه } f'(x) = -1 \text{ و منه } \frac{-4}{(x-2)^2} = -1$$

$$\text{إذن } x=0 \text{ أو } x=4$$

- معادلة المماسين (T) و (T')

$$(T) : y = -x + 9 ; (T') : y = -x + 1$$

1.5 ن

1.5 ن

(4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

- الوضعية النسبية ل (C_f) و (T)

$$f(x)-y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$$

1 ن

(C_f) فوق (T) على $]-2; 4[\cup]4; +\infty[$.

(C_f) تحت (T) على $]-\infty; 2[$

(C_f) يقطع (T) عند النقطة $(4; 5)$

• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T')

$$f(x)-y = \frac{x^2}{x-2}$$

(C_f) فوق (T') على $]2; +\infty[$. تحت (T') على $]-\infty; 2[$

1 ن

(C_f) فوق (T') على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$.

(C_f) تحت (T') على $]0; 2[$

(C_f) يقطع (T') عند النقطة $(0; 1)$

(5) نبين أن النقطة $(2; 3)$ Ω مركز تناظر ل (C_f)

يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$

1 ن

(6) رسم المنحنى (C_f) . على المجال $[-2; 6]$

1 ن

(7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقاً من (C_f)

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in [0, 2[\cup]2, +\infty[\\ f(-x) & \text{si } x \in]-\infty; 2[\end{cases}$$

1 ن

لما $x \in [0, 2[\cup]2, +\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان .

لما $x \in]-\infty; 2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الترتيب.

ب) رسم المنحنى (C_g)

1 ن