المستوى:الثانية ثانوي علوم تجريبية	نوفمبر 2019
الفرض الأول في الرياضيات	المدة : 2 ساعة

التمرين الأول: (03 نقط)

لتكن f وg الدالتان العدديتان للمتغير الحقيقي xالمعرفتان كما يلي: $f(x)=\sqrt{x-1}-2$ ، $g(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}$

1) بيّن أنّ الدالتان f و g لهما نفس مجموعة التعريف D.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي xمن D: $f(x)=g(x)$.

التمرين الثاني: (06 نقط)

نعتبر كثير الحدود P حيث: $P(x)=2x^3-3x^2-11x+6$.

1) أحسب $P(-2)$. ماذا نستنتج؟

2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c، حيث من أجل كل عدد حقيقي x: $P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$.

ب) استنتج تحليلا لـِ $P(x)$ إلى جداء ثلاث عوامل من الدّرجة الأولى.

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

ب) استنتج حلول المعادلة: $2x\sqrt{x}-3x-11\sqrt{x}+6=0$.

التمرين الثالث:(11 نقطة)

I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2) عيّن العددان الحقيقيان α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta}{x-1}$

3) **نضع** $\alpha=2$ و $\beta=1$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f.

4) نضع $k(x)=\dfrac{1}{x}$

- تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي xمن D_f: $f(x)=k(x-1)+2$ ثمّ بيّن كيف يمكن رسم المنحنى

(C_f) إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة k.

- ارسم (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

5) بيّن أنّ النّقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

II) لتكن h الدالةالمعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x)=\left(\dfrac{2x-1}{x-1}\right)^2$.

1) فكّك h إلى مركب دالتين إحداهما f والأخرى g يطلب تعيينها.

2) أ) حدّد حسب قيم x إشارة $\dfrac{2x-1}{x-1}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

التصحيح النموذجي

العلامة		الحل	رقم التمرين
03 ن	1 ن	1) الدالتان f و g معرفتان من أجل $x-1\geq 0$ ومنه $D_f=D_g=D=[1;+\infty[$	التمرين 1
	2	2) من أجل كل x من D : $f(x)=\sqrt{x-1}-2=\dfrac{(\sqrt{x-1}-2)(\sqrt{x-1}+2)}{\sqrt{x-1}+2}$ $=\dfrac{x-1-4}{\sqrt{x-1}+2}=\dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}=g(x)$ وبالتالي f و g متساويتان	
06 ن	1	1) $P(-2)=0$ إذن 2- جدرا لـِ $P(x)$.	التمرين 2
	1 1	2) أ) $a=2$ ، $b=-7$ و $c=3$ $P(x)=(x+2)(2x^2-7x+3)$ ب) $P(x)=2(\mathrm{x}+2)(\mathrm{x}-\dfrac{1}{2})(x-3)$ $=(\mathrm{x}+2)(2\mathrm{x}-1)(\mathrm{x}-3)$	
	1,5 1,5	3) أ) مجموعة حلول المعادلة $P(x)=0$ هي: $S=\left\{-2;\dfrac{1}{2};3\right\}$ ب) نضع $X=\sqrt{x}$ وبالتالي $X^2=x$ إذن $2x\sqrt{x}-3x-11\sqrt{x}+6=0$ تكافئ $\begin{cases}2X^3-3X^2-11X+6=0\\X=\sqrt{x}\end{cases}$ أي $\begin{cases}X=-2;X=\dfrac{1}{2};X=3\\X=\sqrt{x}\end{cases}$ نعلم أنّ $X\geq 0$ إذن نأخذ فقط $X=\dfrac{1}{2}$ أي $\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}$ ومنه $x=\dfrac{1}{4}$ بنفس الطريقة $X=3$ أي $\sqrt{x}=3$ ومنه $x=9$ مجموعة الحلول هي $S'=\left\{\dfrac{1}{4};9\right\}$	
	0,5	I) 1) $D_f=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty\,;1[\cup]1\,;+\infty[$	التمرين 3
	1	2) $\alpha=2$ و $\beta=1$ و $f(x)=2+\dfrac{1}{x-1}$	
	1,5	3) اتجاه تغير الدالة f هي من اتجاه تغير الدالة $x\mapsto\dfrac{1}{x-1}$ والدالة $x\mapsto\dfrac{1}{x-1}$ هي مركب الدالة $x\mapsto x-1$ متبوعة الدالةِ: $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ - $x\mapsto x-1$ متزايدة تماما على $]-\infty;1[$ إذن f متناقصة تماما على	

11ن

1,5

- $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ $]-\infty;1[$
- $x \mapsto x-1$ متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ إذن f متناقصة تماما على
- $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ $]1;+\infty[$

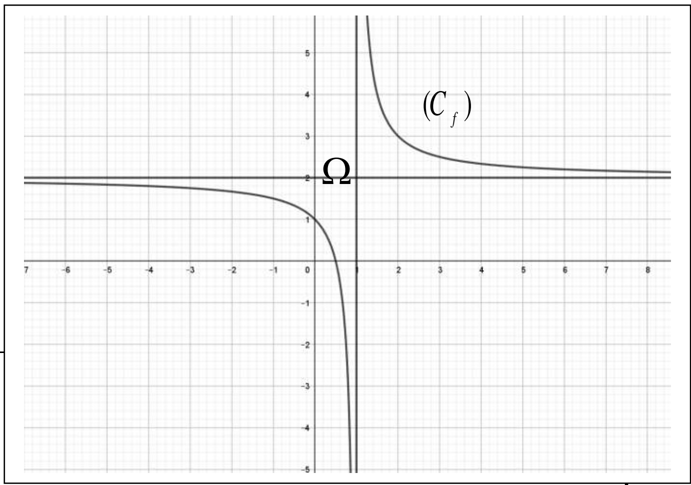
1

4) من أجل كل x من D_f : $f(x)=k(x-1)+2$

(C_f) يستنتج من منحنى الدالة k بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

1

رسم (C_f)



1,5

5) دساتير تغيير ا

$y=f(x)$ تكافئ $y=2+\frac{1}{x-1}$

أي $Y+2=2+\frac{1}{X}$ ومنه $Y=\frac{1}{X}$ وهي معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$.

الدالة $X \mapsto \frac{1}{X}$ فردية وبالتالي $\Omega(1;2)$ مركز تناظر لـِ (C_f)

0,5

II) 1) $h=g\circ f$ حيث g هي الدالة مربع $x \mapsto f(x) \mapsto (f(x))^2$

1,5

2) إشارة $\frac{2x-1}{x-1}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x-1$		-	0	+		+	
$x-1$		-		-	0	+	
f (x)		+	0	-	‖	+	

(3

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$

	0,5	see tables below		

f	$\searrow$	$\searrow$	$\|$ $\searrow$
g	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
$h = g \circ f$	$\searrow$	$\nearrow$	$\|$ $\searrow$

جدول تغيرات h

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
h		$\searrow$	0	$\nearrow$	$\|$	$\searrow$	