المستوى:الثانية علوم تجريبية	جانفي 2021
الفرض الثاني في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا

التمرين الأول(8 ن)

ليكن $P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x :

$P(x) = (x-2)\,Q(x)$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني(12 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و(T')

4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

5) بين أن النقطة $\Omega\ (2\ ;\ 3)$ مركز تناظر ل(C_f) .

6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2\ ;\ 6]$

7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ - { 2 } ب :

$$g(x)=\frac{3|x|-2}{|x|-2}$$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.

أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f).

ب) ارسم المنحنى (C_g) .

بالتوفيق **أستاذة المادة: سوالمي. خ.**

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

التمرين	الحل	التنقيط
التمرين 1		8 ن

1- نبين أن العدد 2 هو جذر ل$P(x)$

$P(2) = 2(2)^3 - 13(2)^2 + 13(2) + 10 = 52 - 52 = 0$ — 1 ن

و منه 2 هو جذر ل$P(x)$

2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$

باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد : — 2 ن

$Q(x) = 2x^2 - 9x - 5$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$: معناه $(x-2)\,Q(x) = 0$

إما $(x-2) = 0$ أو $2x^2 - 9x - 5 = 0$

ومنه $(x=2)$

أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما — 1.5 ن

$x_2 = 5$ و $x_1 = -\frac{1}{2}$

إذن

$S = \{\frac{-1}{2}; 2; 5\}$

4- إشارة $P(x)$ — 1 ن

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		5		$+\infty$
$x-2$		-		-	0	+		+	
$Q(x)$		+	0	-		-	0	+	
$P(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$ — 1 ن

$S =]-\infty ; -\frac{1}{2}[\cup]2 ; 5[$

- استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x

		$2\,x\,\sqrt{x} - 13\,x + 13\,\sqrt{x} + 10 = 0$ نضع $x = t^{2}$ و منه $t = \sqrt{x}$ و $t^{3} = x\sqrt{x}$ مع $t > 0$ و منه تصبح المعادلة $2\,t^{3} - 13\,t^{2} + 13\,t + 10 = 0$ و منه $t_3 = 5$; $t_2 = 2$ و $t_1 = -\frac{1}{2}$ مرفوض . إذن : $S = \{\ 4\,;25\ \}$	1.5 ن	

التمرين 2

12ن

1) اتجاه تغير الدالة f .

- تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها.

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$$

1 ن

- إشارة $f'(x)$:

نلاحظ أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$:

$$f'(x) < 0$$

- و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$

جدول التغيرات

1 ن

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$\searrow$	||	$\searrow$

2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

1 ن

- مع محور الفواصل معناه $y=0$

و منه $(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2};0)\}$

- مع محور التراتيب معناه $x=0$

و منه $(C_f) \cap (yy') = \{B(0;1)\}$

3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو $y = -x + 3$

1.5 ن

معناه $f'(x) = -1$ و منه $\frac{-4}{(x-2)^2} = -1$

إذن $x=0$ أو $x = 4$

1.5ن

- معادلة المماسين (T) و (T')

$(T) : y = -x + 9$; $(T') : y = -x + 1$

4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

- الوضعية النسبية ل (C_f) و (T)

$$f(x)-y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$$ 1 ن

(C_f) فوق (T) على $]2;4[\cup]4;+\infty[$.
(C_f) تحت (T) على $]-\infty;2[$
(C_f) يقطع (T) عند النقطة $(4;5)$

- الوضعية النسبية ل (C_f) و (T')

$$f(x)-y = \frac{x^2}{x-2}$$

(C_f) فوق (T') على $]2;+\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]-\infty;2[$ 1 ن

(C_f) فوق (T') على $]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$.
(C_f) تحت (T') على $]0;2[$
(C_f) يقطع (T') عند النقطة $(0;1)$

5) نبين أن النقطة $\Omega(2;3)$ مركز تناظر ل (C_f)

يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$ 1 ن

	1 ن	6) رسم المنحنى (C_f). على المجال $[-2\ ;\ 6]$	
	1 ن	7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) $g(x)=\begin{cases} f(x) & si \quad x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[\\ f(-x) & si \quad x \in]-\infty;2[\end{cases}$ لما $x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان . لما $x \in]-\infty;2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور التراتيب.	
	1 ن	ب) رسم المنحنى (C_g)	