اختبار دورة جوان الاستدراكية في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 نقاط)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $u_0=-1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$

1) أحسب الفرق: $u_{n+1}-u_n$ بدلالة u_n

2) إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$ ، استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

3) لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=-u_n+3$

أ – بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q و حدها الأول v_0

ب –أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ت –أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n)$ ثم $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$

ث –أحسب بدلالة n المجموع: $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ ثم استنتج المجموع: $S'_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$ بدلالة n

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. تعطى الوحدة بالـ: cm و لدينا: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2$

نعتبر (Γ) الدائرة التي مركزها $\Omega(5;-2)$ و نصف قطرها $R=5$

1) أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (Γ) ثم تحقق أن النقطة $A(2;2)$ تنتمي إلي هذه الدائرة.

2) أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) ، مماس الدائرة (Γ) عند النقطة A

3) استنتج معادلة ديكارتية للدائرة (Γ') ، صورة الدائرة (Γ) بالتحاكي h الذي مركزه النقطة O و نسبته $k=-\frac{2}{5}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+3x-2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 –أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2 –أحسب $f'(x)$ و أدرس إشارتها.

3 –شكل جدول تغيرات الدالة f

4 –أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=1$

5 –عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات ثم أرسم كلا من (T) و (C_f) .

التمرين الثالث: (03 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن النقط $A(1;3;-2)$ ، $B(-5;2;2)$ و $C(3;4;3)$

1 –أكتب معادلات المستقيم (AB) أو تمثيلا وسيطيا له.

2 –أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة التي قطرها $[BC]$.

3 –هل الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\vec{k}$ من نفس المستوي ؟ برر إجابتك.

انتهى نص الاختبار

عطلة سعيدة لأبنائنا الأعزاء، عيد فطر سعيد و بالتوفيق للجميع.

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: (07 نقاط)		
1) من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}u_n+2-u_n=-\frac{2}{3}u_n+2$	01	
2) بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<3$ فان $-\frac{2}{3}u_n+2>-\frac{2}{3}(3)+2$ و منه:		
$u_{n+1}-u_n>0$ ، و هكذا فان المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$	01	
3) لدينا $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=-u_n+3$		
أ ـ لدينا: $v_{n+1}=-u_{n+1}+3=-\frac{1}{3}u_n-2+3=-\frac{1}{3}u_n+1=\frac{1}{3}(-u_n+3)=\frac{1}{3}v_n$ و بالتالي	01	
$(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0=-u_0+3=-(-1)+3=4$	01	07
ب ـ من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $v_n=v_0\times q^{n-0}=4\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$	01	
و منه: $u_n=-v_n+3=-4\times\left(\frac{1}{3}\right)^n+3$	01	
ت ـ بما أن: $\frac{1}{3}\in]-1;1[$ فان: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$ أي: $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n)=0$	0.5	
و منه: $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left[-4\times\left(\frac{1}{3}\right)^n+3\right]=-4\times(0)+3=3$	0.5	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
1) لدينا: $(\Gamma):(x-5)^2+(y+2)^2=(5)^2$	01	
و يمكن أن نكتب أيضا: $(\Gamma):x^2+y^2-10x+4y+4=0$		
ولكن: $(x_A-5)^2+(y_A+2)^2=(2-5)^2+(2+2)^2=(5)^2$ و منه: $A\in(\Gamma)$	01	
2) لدينا: $A(2;2)$ و $\overrightarrow{A\Omega}(3;-4)$ كما أن المستقيم (Δ) يشمل A و $\overrightarrow{\Omega A}$ شعاع		
ناظمي له. إذن من أجل كل نقطة $M(x;y)$ من (Δ) لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-2;y-2)$		05
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{A\Omega}=0$ و بتوظيف العبارة التحليلية للجداء السلمي نجد: $3(x-2)-4(y-2)=0$		
و بعد التبسيط نحصل على معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) كما يلي:		
$(\Delta):3x-4y+2=0$	01	
3) لدينا: $\overrightarrow{O\Omega'}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{O\Omega}$ و بالتالي: $\Omega'\left(-2;\frac{4}{5}\right)$ و من جهة أخرى:	0.5	
$R'=\left\|-\frac{2}{5}\right\|\times R=2$ إذن: $(\Gamma'):(x+2)^2+\left(y-\frac{4}{5}\right)^2=(2)^2$	01.5	

التمرين الثالث: (05 نقاط)

05

01 — 1 حساب النهايات:..

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x^2)=+\infty$$

0.5 — 2 من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=2x+3$ و بالتالي:.........................

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

0.5 — 3 جدول التغيرات:..

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-17/4$	$\nearrow$	$+\infty$

4 لدينا: $(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$ و منه: $(T): y=3(x-3)+2$ و بعد التبسيط

01 — نجد: $(T): y=5x-3$ ....

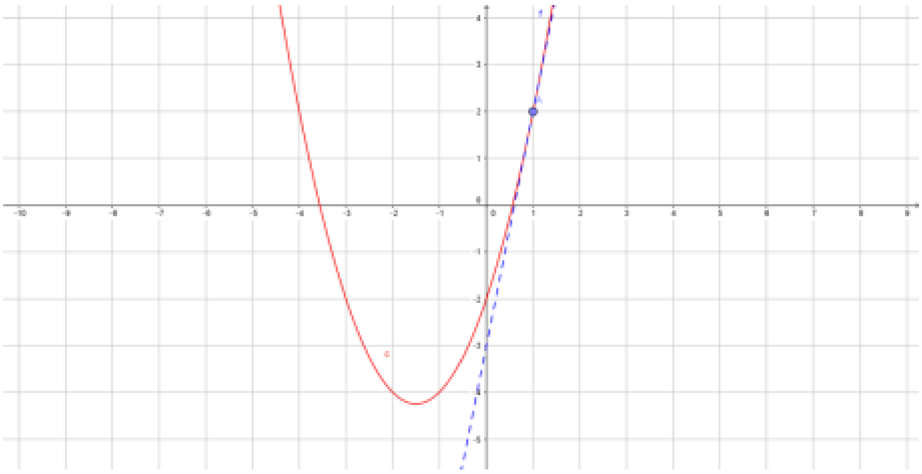
5 التقاطع مع محوري الإحداثيات:

المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاهما: $\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ و $\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$

0.5 — لأن المعادلة $f(x)=0$ تقبلهما كحلين ....

0.5 — المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة التي ترتيبها -2 لأن: $f(0)=-2$ ....

01 — رسم المنحنى (C_f) و المماس (T) ....



03	01	**التمرين الرابع: (03 نقاط)** 1 – المستقيم (AB) يشمل النقطة $A(1;3;-2)$ و $\overrightarrow{AB}(-6;-1;4)$ شعاع ناظمي له. و بالتالي: $(AB):\begin{cases}x=1-6t\\y=3-t\\z=-2+4t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$ كما أن معادلات هذا المستقيم تعطى بـ: $\frac{x-1}{-6}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{4}$
	01	2 – سطح الكرة التي قطرها $[BC]$ يكون مركزها النقطة $\omega\left(-1;3;\frac{5}{2}\right)$ منتصف $[BC]$ و نصف قطرها $r=\frac{BC}{2}=\frac{\sqrt{69}}{2}$ و بالتالي: $(x+1)^2+(y-3)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{69}}{2}\right)^2$
	01	3 – لنبحث عن عددين حقيقيين α و β حيث يكون: $\vec{k}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ بعبارة أخرى لنحل الجملة: $\begin{cases}0=-6\alpha+2\beta\\0=-\alpha+\beta\\1=4\alpha+5\beta\end{cases}$ باستعمال طريقة الجمع و التعويض من المعادلة الثانية نلاحظ أن: $\alpha=\beta$ بالتعويض في المعادلة الأولى نجد: $\alpha=0$ بالتعويض في المعادلة الثالثة نجد: $\beta=\frac{1}{5}$ و هذا تناقض لأن $\alpha=\beta$ إذن الجملة لا تقبل حلولا و منه الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\vec{k}$ ليست من نفس المستوي. **من إعداد الأستاذ: مراحي لزهر**