

التمرين الأول : (11 نقطة)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (I) 1. عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$
2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها .
3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب ، يطلب تعيين معادله له .
4. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقاربا مائل للمنحنى (C_f) .
5. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(II) 1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

2. عين اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(III) 1. بين أن النقطة $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2. أرسم كلا من : (Δ) ، (D) و (C_f) .
3. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

التمرين الثاني : (09 ن)

(I) (u_n) المتتالية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} ب :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2 \end{cases}$$

1. أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$

والمحنى (d) الممثل للدالة f . حيث : $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$

2. باستعمال الرسم المحصل عليه ، مثل على محور الفواصل الحدود التالية : u_0, u_1, u_2, u_3 و
3. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، وتقاربها .

4. أ. بين أن : $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{4}u_n + 2$

ب. باعتبار أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n < 8$

• اثبت أن : $-\frac{1}{4}u_n + 2 > 0$ ، وماذا تستنتج ؟

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} ب : $v_n = u_n - 8$

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2. أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

3. أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $Q_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

4. أحسب بدلالة n الجداء : $\pi_n = v_0 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \cdot v_n$