

التمرين الأول * (06 نقاط) *

1. علما أن قياس الزاوية الموجهة (\vec{u}, \vec{v}) هو $\frac{\pi}{6}$ ، عيّن قياس الزاوية الموجهة : $(-2\vec{u}, -3\vec{v})$.
2. ليكن $x = \frac{67\pi}{12}$ و $y = -\frac{5\pi}{12}$ ، تحقّق أن x و y قياسان لنفس الزاوية .
3. أوجد القيس الرئيسي للزاوية الموجهة (\vec{u}, \vec{v}) التي قياسها $\alpha = \frac{2024\pi}{3}$.
4. عيّن القيمة المضبوطة لـ $\sin\left(\frac{59\pi}{6}\right)$.
5. (أ) حل في المجال $[0, 2\pi]$ المعادلة ذات المجهول x : $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$.
(ب) حل في المجال $[0, 2\pi]$ المتراجحة التالية : $2 \sin x - \sqrt{3} < 0$.

❖ خاص بشعبة علوم تجريبية ❖

التمرين الثاني * (06 نقاط) *

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . نعتبر النقط $A(-2; 2)$ ، $B(2; 2)$ و $C(-2; 4)$.
1. أنشئ النقط A ، B و C ثم بيّن أن المثلث ABC قائم في A .
 2. لتكن (Γ) الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها AC .
(أ) أكتب معادلة للدائرة (Γ)
(ب) أرسم (Γ') صورة الدائرة (Γ) بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$.
(ج) أكتب معادلة للدائرة (Γ') صورة الدائرة (Γ) بواسطة h .

❖ خاص بشعبة تقني رياضي ❖

التمرين الثالث * (06 نقاط) *

- (U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ :
- $$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = 3U_n + 1 \end{cases}$$
1. أحسب الحدود U_1 ، U_2 و U_3 .
 2. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ : $V_n = U_n + \frac{1}{2}$.
(أ) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
(ب) عبّر عن V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .
(ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.

التمرين الرابع * (08 نقاط) *

نعتبر المتتاليتين العدديتين (U_n) و (V_n) المعرفتين بجديهما الأولين $U_0 = 2$ و $V_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقتين التراجعتين :

$$\begin{cases} U_{n+1} = (1 + \alpha)U_n - \alpha V_n \\ V_{n+1} = (1 - \alpha)U_n + \alpha V_n \end{cases}$$

بحيث α وسيط حقيقي غير معدوم .

1. برهن باستعمال العلاقتين التراجعتين أنه إذا كانت المتتالية (U_n) متقاربة نحو l فإن المتتالية (V_n) متقاربة كذلك نحو النهاية نفسها l .

2. نفرض أن $\alpha = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n نضع : $U_n - V_n = 3$

(أ) استنتج أن المتتالية (U_n) حسابية أساسها $r = 3$.

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

3. نفرض أن $\alpha \neq \frac{1}{2}$ ونعرف المتتالية (W_n) بـ : $W_n = U_n - V_n$

(أ) بيّن باستعمال العلاقتين التراجعتين أن (W_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2\alpha$

(ب) أكتب بدلالة n و α عبارة W_n ثم احسب بدلالة n و α المجموع : $T_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$

(ج) بيّن باستعمال العلاقتين التراجعتين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = \alpha W_n$

(د) استنتج أن الحد العام للمتتالية (U_n) يعطى بـ : $U_n = \frac{3 \times 2^n \times \alpha^{n+1} + \alpha - 2}{2\alpha - 1}$

(هـ) عيّن قيم α التي من أجلها تكون المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

❖❖ بالتوفيق ❖❖