ثانوية : محمد بوضياف بالعفرون — الموسم الدراسي : 2024/2023

المستوى : الثانية تقني رياضي — المــدة الزمنية : ساعتين

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 05 نقاط

✍أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل : (الإجابة بدون تعليل مرفوضة)

1 العددان $\frac{11\pi}{5}$ و $\frac{202\pi}{10}$ قيسان لنفس الزاوية الموجهة .

2 إذا كان $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})=\frac{5\pi}{12}$ فإن : $(2\overrightarrow{u};-2\overrightarrow{v})=-\frac{5\pi}{12}$

3 حلول المعادلة $2cosx-\sqrt{3}=0$ في $\mathbb{R}$ هي : $S=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$

4 حلول المتراجحة $-2\sin 5x\geq -1$ في المجال $[0;2\pi]$ هي : $S=\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$

5 من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $sin(\frac{5\pi}{2}+x)-2cos(\frac{\pi}{2}-x)+sin(\frac{3\pi}{2}+x)=-2sinx$

التمرين الثاني : 06 نقاط

✍ المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، لتكن النقط $A(1,2)$ ، $B(3,4)$ و $C(2,1)$. I منتصف القطعة $[AB]$ ، J النقطة التي تحقق $\overrightarrow{JB}=4\overrightarrow{JC}$ ، و لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C,-4)\}$.

1 عين إحداثيات النقطة G ثم أنشئ النقط A ، B ، C و G .

2 بين أن المستقيمين (IC) و (AJ) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها .

3 عين ثم أنشئ المجموعة (T) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\|=\frac{2}{\sqrt{2}}\|\overrightarrow{AC}\|$

✍ لتكن النقطة E من المستوي التي تحقق : $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BG}$.

4 بين أن E هي صورة G بتحاكي مركزه A يطلب تعيين نسبته .

✍ ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2 .

5 عين طبيعة المجموعة (T') صورة المجموعة (T) بالتحاكي h مبرزا عناصرها المميزة ثم أنشئها .

التمرين الثالث : 09 نقاط

✍ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\{-2\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{x^2-3x+3}{x-2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 أدرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ، استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلته .

2. تحقق أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$.

3. استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$ ، حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

5. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

6. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

7. أحسب $f(0)$ ثم أنشئ كل من (Δ) و (C_f) .

انتهى بالتوفيق

الأستاذ : محيوص محمد

السنة الدراسية: 2023 / 2024

تصحيح إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط)

1. صحيح التعليل : لدينا:

$$\begin{aligned}\frac{202\pi}{10}-\frac{11\pi}{5}&=18\pi\\&=2\times 9\pi\end{aligned}$$

2. خطأ التعليل : لدينا:

$$\begin{aligned}(2\overrightarrow{u};-2\overrightarrow{v})&=(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})+\pi\\&=\frac{17\pi}{12}\end{aligned}$$

3. خطأ التعليل : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2cosx-\sqrt{3}=0$ تكافئ : $cosx=\frac{\sqrt{3}}{2}$ أي : $cosx=cos\frac{\pi}{6}$ و عليه :

$$S=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{-\pi}{6}+2k\pi\quad;k\in\mathbb{Z}\right\}$$

4. خطأ التعليل : من أجل كل x من $[0;2\pi]$: $-2\sin 5x\geq -1$ تكافئ : $\sin 5x\leq\frac{1}{2}$ و عليه:

$$5x\in\left[0;\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{6};2\pi\right]$$

إذن :

$$S=\left[0;\frac{\pi}{30}\right]\cup\left[\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{5}\right]$$

5. صحيح التعليل : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$\begin{aligned}sin(\frac{5\pi}{2}+x)-2cos(\frac{\pi}{2}-x)+sin(\frac{3\pi}{2}+x)&=sin(2\pi+\frac{\pi}{2}+x)-2cos(\frac{\pi}{2}-x)+sin(-(\frac{\pi}{2}-x))\\&=cosx-2sinx-cosx\\&=-2sinx\end{aligned}$$

التمرين الثاني (06 نقطة)

1. تعيين إحداثيات G :

G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C,-4)\}$ و منه : $G\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma};\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$ أي : $G\left(2;-\frac{1}{2}\right)$.

2. إثبات أن المستقيمين (IC) و (AJ) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها :

لدينا I منتصف القطعة $[AB]$ و منه I مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1)\}$. باستخدام خاصية التجميع G مرجح الجملة المثقلة $\{(I;2),(C;-4)\}$ و منه $G\in(IC)$ $(\star)$

من جهة أخرى $\overrightarrow{JB}=4\overrightarrow{JC}$ و منه J مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;-4)\}$. باستخدام خاصية التجميع G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(J;-3)\}$ و منه $G\in(AJ)$ $(\star\star)$

من $(\star)$ و $(\star\star)$ نستنتج أن : المستقيمين (IC) و (AJ) يتقاطعان في النقطة G .

3. تعيين المجموعة (T) :

بما أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C,-4)\}$ فإنه من أجل كل نقطة M من المستوي :

$$\begin{aligned}\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\| &= \|-2\overrightarrow{MG}\|\\ &= 2MG\end{aligned}$$

و لدينا : $\|\overrightarrow{AC}\|=\sqrt{2}$ و منه $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\|=\frac{2}{\sqrt{2}}\|\overrightarrow{AC}\|$ تكافؤ : $MG=1$ و منه المجموعة (T) عبارة عن دائرة مركزها G و نصف قطرها 1 .

4. تعيين نسبة التحاكي الذي يحول G إلى E :

لدينا : $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BG}$

و منه : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AG}$

أي : $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AG}$

و منه E هي صورة G بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته 2.

5. تعيين المجموعة (T') :

صورة الدائرة (T) بالتحاكي h هي دائرة (T') مركزها E و نصف قطرها r حيث $r=2$.

التمرين الثالث (09 نقطة)

1. نهايات الدالة f :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$$

- إشارة البسط :

$x-2=0$ تكافؤ : $x=2$ و عليه :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
إشارة $x-2$	$-$	0	$+$

ومنه :

بما أن : $\lim_{x \overset{<}{\to} 2} x^2-3x+3=1$ فإن : $\lim_{x \overset{<}{\to} 2} f(x)=-\infty$

بما أن : $\lim_{x \overset{>}{\to} 2} x^2-3x+3=1$ فإن : $\lim_{x \overset{>}{\to} 2} f(x)=+\infty$

نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=2$ مستقيم مقارب لـ(C_f) موازي لمحور التراتيب .

2. تعيين المشتقة :

الدالة f قابلة للإشتقاق على D_f و :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x-3)(x-2)-(x^2-3x+3}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2} \\ &= \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

3. اتجاه التغير : بما أن $(x-2)^2 \geq 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط و من الشكل :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
إشارة$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	

و عليه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;1]$ و على المجال $[3;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $[-1;2[$و على المجال $]-2;3]$.

• جدول التغيرات :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

4. تعيين الأعداد a، b و c بحيث $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من D_f:

$$\begin{aligned} ax+b+\frac{c}{x-2} &= \frac{(ax+b)(x-2)+c}{x-2} \\ &= \frac{ax^2+(-2a+b)x-b+c}{x-2} \end{aligned}$$

بالمطابقة مع عبارة f نجد : $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-2}$

5. تعيين معادلة المستقيم المقارب المائل:

لدينا :

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1}{x-2}$$
$$=0$$

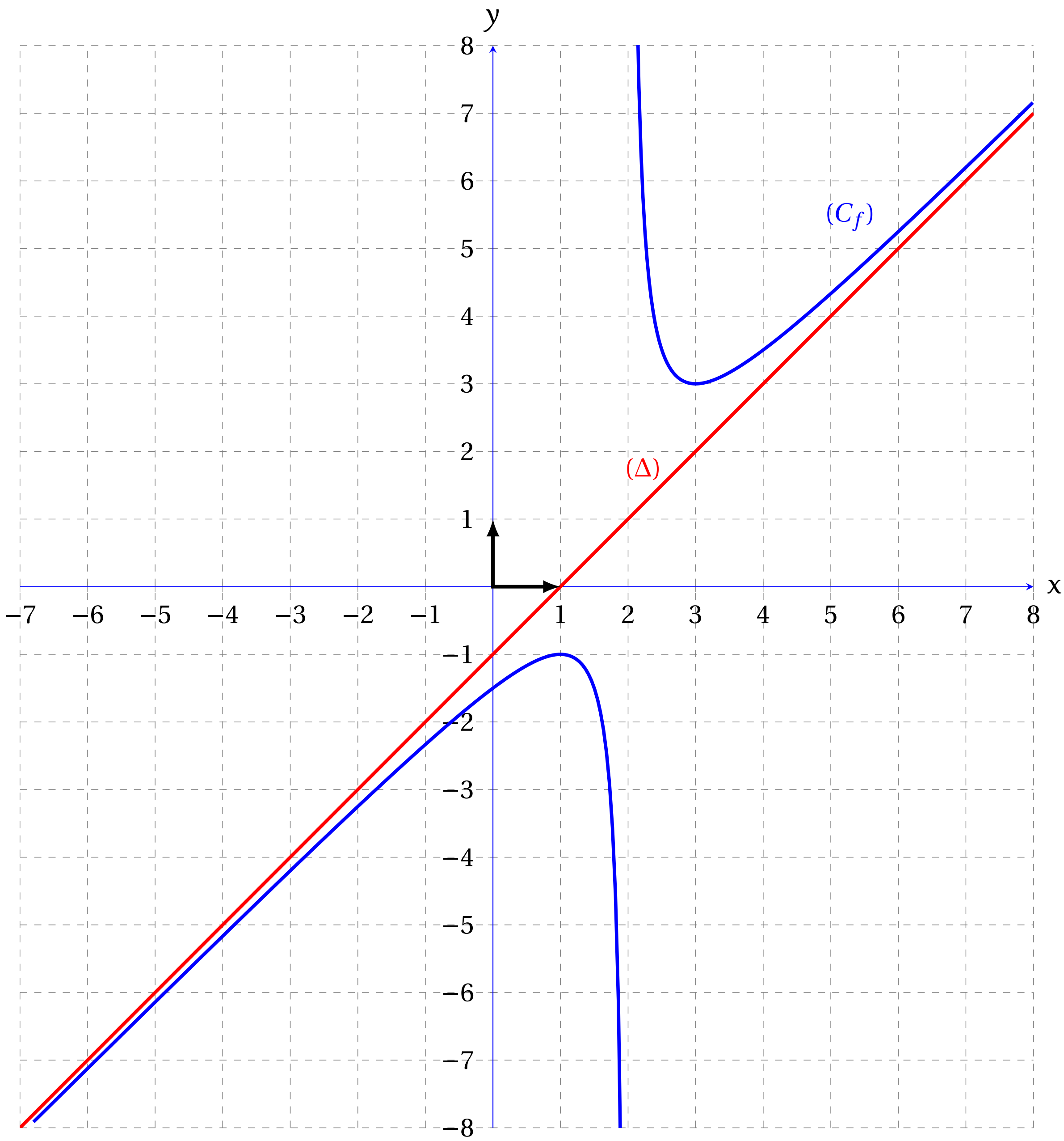
و عليه (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ معادلته $(\Delta): y=x-1$.

6. دراسة الوضع النسبي:

ندرس إشارة $\left[f(x)-(x-1)\right]$ أي إشارة $\frac{1}{x-2}$. وهي من إشارة $x-2$. و عليه

x	$-\infty$	2	$+\infty$
إشارة $\frac{1}{x-2}$	$-$		$+$
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)

7. التمثيل البياني:


y
x
(C_f)
(Δ)
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8
8 7 6 5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7 −8