مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

المادّة: الرياضيات
المستوى: 2ع ت

التّاريخ: 2021/06/03
المدّة: 02 سا

اختبار الفصل الثّاني

التمرين الأول: (6ن)

1) من أجل كل عدد حقيقي x بيّن أن:

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)=0$$

$$\sin^4 x-\cos^4 x=\sin^2 x-\cos^2 x$$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) أ) $\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$ ب) $-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(x-\pi)$

2) مثِّل على الدائرة المثلثية حلول كل معادلة من المعادلات السابقة.

3) x عدد حقيقي من المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ ، إذا علمت أنّ $\sin x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ، بيّن انّ. $\cos x=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.

التمرين الثاني (6ن)

I. لتكن u_n متتالية حسابية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_0=-2$ و $u_0+u_1+u_2+u_3=10$

1) بيّن أن الأساس $r=3$.

2) عبِّر عن u_n بدلالة n.

3) بيّن أن 145 حدّ من حدود المتتالية u_n.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n : $s_n=u_0+u_1+\dots+u_n$

II. لتكن v_n متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=2^{u_n}$

1) بيّن أن v_n متتالية هندسية يطلب تعيّين أساسها.

2) استنتج P_n حيث: $P_n=v_0\times v_1\times\dots\times v_n$

التمرين الثالث (8ن)

I. لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x^3-12x^2+24x-14$

1) أحسب $g(1)$ ، ماذا تستنتج.

2) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=2(x-1)(ax^2+bx+c)$.

3) أدرس إشارة $g(x)$.

II. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=2x-1-\frac{1}{(x-2)^2}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات عند حدود مجالي مجموعة تعريف الدالة f . ثم فسر النتائج بيانيا.

2) بيّن أنّ المنحني (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y=2x-1$. ادرس وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ) .

3) أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$ فإنّ $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^3}$.

ب- استنتج اتجاه تغيرالدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 3.

5) أحسب $f(\frac{5}{2})$ و $f(1)$ ثم ارسم (Δ) ، (T) والمنحني (C).

6) m وسيط حقيقي. استعمل المنحني (C) لدراسة حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $(-2x+m)(x-2)^2=-1$.

بالتَّوفيق للجميع

تصحيح الامتحان 2021

التمرين الأول

(I)

1)

$$\sin\left(4\pi+\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$+\sin\left(4\pi-\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(4\pi-\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$+\sin\left(\frac{-\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{-\pi}{2}-x\right)$$

$$=\cos x+\sin x-\cos x-\sin x$$

$$=0$$

2) $\sin^4 x-\cos^4 x$

$$=(\sin^2 x-\cos^2 x)\underbrace{(\sin^2 x+\cos^2 x)}_{1}$$

$$=\sin^2 x-\cos^2 x$$

(II) حل في IR المعادلات

أ) $\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$

$$\begin{cases} x=\frac{\pi}{3}-x+2k\pi \\ x=\frac{-\pi}{3}+x+2k\pi \end{cases}$$

$$2x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$$

$$x=\frac{\pi}{6}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$S=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi\right\} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

ب) $-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(x-\pi)$

$$-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(-(\pi-x))$$

$$-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin(\pi-x)$$

$$\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(\pi-x)$$

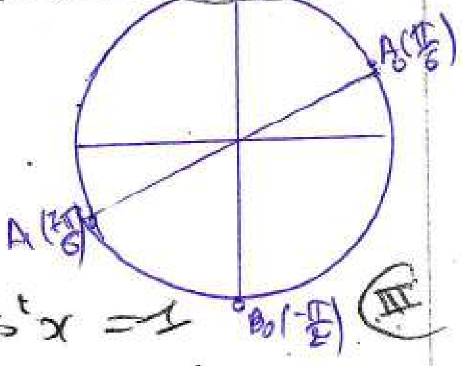
$$\begin{cases} 2x+\frac{\pi}{2}=\pi-x+2k\pi \\ 2x+\frac{\pi}{2}=\cancel{\pi}-\cancel{\pi}+x+2k\pi \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} 3x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3} \\ x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$S=\left\{-\frac{\pi}{2}+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}\right\} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

ج) تمثيل الحلول



(III)

$$\sin^2 x+\cos^2 x=1$$

$$\cos^2 x=1-\sin^2 x$$

$$\cos^2 x=1-\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

بالجذر

$$\cos x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

التمرين 2

$$\begin{cases} u_0+u_1+u_2+u_3=10 \\ u_0=-2 \end{cases}$$

1) $u_0+(u_0+r)+(u_0+2r)+(u_0+3r) = 10$

$4u_0+6r=10$

$-8+6r=10$

$6r=18$

$r=3$

2) $U_n=U_0+(n-0)r$

$U_n=-2+3n$

3) $U_n=145$

$-2+3n=145$

$3n=147$

$n=\frac{147}{3}=49$

4) $S_n=U_0+U_1+\dots+U_n$

$S_n=\frac{n+1}{2}(U_0+U_n)$

$S_n=\frac{n+1}{2}(-2-2+3n)$

$S_n=\frac{n+1}{2}(-4+3n)$

II

$V_n=2^{u_n}$

$V_n=2^{3n-2}$

1) $V_{n+1}=q\cdot V_n$

$V_{n+1}=2^{3(n+1)-2}$

$V_{n+1}=2^{3n-2+3}$

$V_{n+1}=2^{3n-2}\cdot 2^3$

$V_{n+1}=V_n\cdot 8$

ومنه $q=8$

2) استنتاج P_n

$P_n=u_0\times u_1\times\dots\times u_n$

$P_n=2^{u_0}\times 2^{u_1}\times\dots\times 2^{u_n}$

$P_n=2^{u_0+u_1+\dots+u_n}$

$P_n=2^{S_n}=2^{\frac{n+1}{2}(-4+3n)}$

التمرين 3

I) $g(x)=2x^3-12x^2+24x-14$

1) $g(1)=0$

ومنه 1 هو جذر لـ $g(x)$.

2) تعيين a، b، c

$g(x)=2(x-1)(ax^2+bx+c)$

باستعمال القسمة

باختصار شديد

$g(x)=2(x-1)(x^2-5x+7)$ ...

3) إشارة $g(x)$

$\Delta<0$ فإن $x^2-5x+7=0$

ومنه

$-\infty$		$+\infty$
	+	

ولدينا $x-1=0$ أي $x=1$

$-\infty$		1		$+\infty$
	$-$	0	+	

ومنه

$-\infty$		1		$+\infty$
	$-$	0	+	

II) 1) حساب النهايات

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$$

ومنه $x=2$ م م يوازي محور التراتيب.

2)

$$\lim_{|x|\to+\infty} [f(x)-y]$$

$$=\lim_{|x|\to+\infty}\left[\frac{-1}{(x-2)^2}\right]=0$$

ومنه $y=2x-1$ م م مائل في جوار $(+\infty)$ و $(-\infty)$

دراسة الوضعية

$$f(x)-y=\frac{-1}{(x-2)^2}<0$$

ومنه (C_f) تحت (Δ).

3) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{2\}$

$$f'(x)=2-\left[\frac{(-2x+4)(1)}{(x-2)^4}\right]$$

باختصار ينتج

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^3}$$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	+	|	+	
$(x-2)^3$		$-$	|	$-$	0	+	
$f'(x)$		+	0	$-$	||	+	

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	$-$	||	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	||	$-\infty$ ↗	$+\infty$

4) معادلة المماس

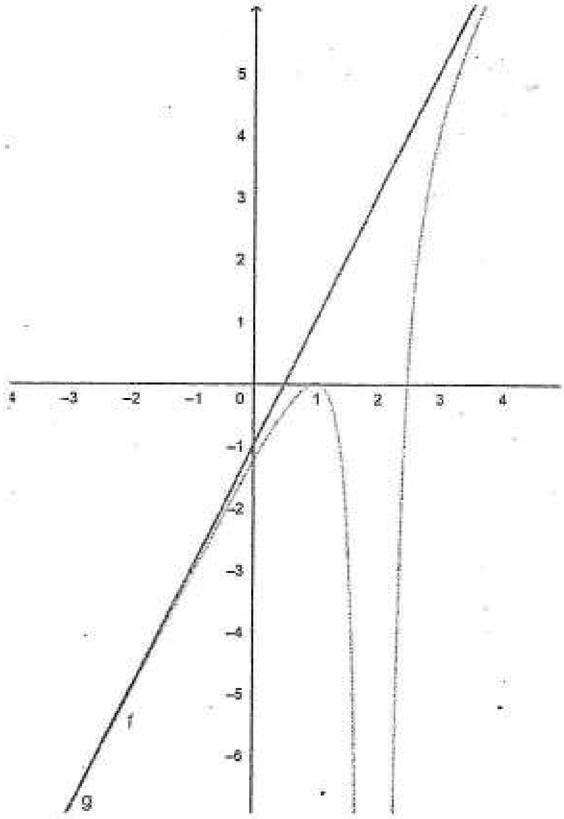
$$y=f'(3)(x-3)+f(3)$$

$$y=4(x-3)+4$$

$$y=4x-8$$

5) $f(1)=0$ و $f(\frac{5}{2})=0$

5 بيان (C_f)، (Δ) و (T)



6 $(-2x+m)(x-2)^2 = -1$

$$-2x+m = \frac{-1}{(x-2)^2}$$

$$m = 2x - \frac{1}{(x-2)^2}$$

ومنه

$$2x-1-\frac{1}{(x-2)^2} = m-1$$

$$f(x) = m-1$$

مناقشة بيانية.

$m-1<0$ أي $m<1$
فإن المعادلة تقبل 3 حلول.
$m-1=0$ أي $m=1$
حلين

لما $m-1>0$ أي $m>1$ فإن
المعادلة تقبل
حلا وحيدا.