

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مدرسة التربية لولاية السيلة

ثانوية الشهيد عميري عيسى

الستوى: ثانية ثانوي

السعبة: تقني رياضي

الخميس 17 مارس 2022

الدرّة: ساعتان ⌚ ⌚

### اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

⚠️ تجنب النطّب واستعمال الصمغ.

#### ☆ التمرين الأول: (06 نقاط)

(I) يحتوي كيس على 7 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كرات بيضاء  $B_1$ ،  $B_2$  و  $B_3$  وأربع كرات خضراء  $V_1$ ،  $V_2$ ،  $V_3$  و  $V_4$ .

نسحب كرتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد الكرة الأولى قبل السحب الثاني.

① مثل النتائج بمخطط (أو شجرة)، ثم عين مجموعة الإمكانات  $\Omega$ .

② احسب احتمال الأحداث التالية: الحدث  $A$  "سحب كرتين مختلفتين في اللون".

الحدث  $B$  "سحب كرتين من نفس اللون".

الحدث  $C$  "سحب كرة بيضاء على الأكثر".

(II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب  $\alpha DA$  ( $\alpha$  عدد طبيعي)، فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على  $100DA$  وإذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على  $50DA$  وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه.

وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة العدد الطبيعي  $\alpha$ .

① عين القيم المتغير العشوائي  $X$ ، ثم عرف قانون احتماله.

② أ - بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  بدلالة  $\alpha$  يعطي بـ:  $E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$ .

ب - أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

#### ☆ التمرين الثاني: (06 نقاط)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . نعتبر النقط  $A(1;2)$ ،  $B(-8;-1)$  و  $C(3;4)$ .

و  $H$  نقطة معرفة كما يلي:  $\vec{AH} = \frac{3}{2}\vec{AC}$ .

① بين أن النقطة  $H$  هي مرشح النقطتين  $A$  و  $C$ ، المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعيينهما.

② لتكن النقطة  $G$  مرشح الجملة المثقلة  $\{(A;1); (B;-1); (C;-3)\}$ .

أ - احسب إحداثي النقطة  $G$ .

ب - بين أن النقط  $B$ ،  $H$  و  $G$  في استقامية.

③ لتكن  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M$  من المتسوي حيث:  $\|\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}\| = 3(k+1)^2$  مع  $k \in \mathbb{R}$ .

أ - عبر عن الشعاع  $\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}$  بدلالة الشعاع  $\vec{MG}$ .

ب - عين قيم  $k$  حتى تكون  $(\Gamma_1)$  دائرة نصف قطرها 1 يطلب تعيين مركزها.

④ عين، ثم أنشئ  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المتسوي حيث:  $2\|\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - 3\vec{MC}\|$ .

☆ التمرين الثالث: (08 نقاط)

✎ لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 2}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

① عين الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$  و  $c$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$ :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$ .

② احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها.

③ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$ :  $f'(x) = \frac{x(x+4)}{(x+2)^2}$ .

④ استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

⑤ أ - بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلته  $y = x + 1$ .

ب - ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

⑥ تحقق أن النقطة  $A(-2; -1)$  هي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

⑦ ارسم المستقيمتين المقاربتين والمنحنى  $(C_f)$ .

☆ انتهى الإختبار ☆

إذ أنت لم تزرع وأبصرت حاصدا ☆☆☆ ندمت على التفريط في زمن البذر

📚 أستاذ المادة: فراحية الصفوظ

الاسم: \_\_\_\_\_ الاتجاه: \_\_\_\_\_  
 ① قانوناً احتمال الكنتير العشوائي X:

①  $P(X=100-\alpha) = P(\{BB\}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$   
 $P(X=50-\alpha) = P(\{BV, VB\}) = P(A)$   
 $= \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{24}{49}$   
 $P(X=-\alpha) = P(\{VV\}) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

$X=x_i$	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{49}$	$\frac{24}{49}$	$\frac{16}{49}$

② - تنبئ أن:  $E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$

①  $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P_i$   
 $= (100-\alpha) \times \frac{9}{49} + (50-\alpha) \times \frac{24}{49} - \alpha \times \frac{16}{49}$   
 $= \frac{900 - 9\alpha + 1200 - 24\alpha - 16\alpha}{49}$   
 $= \frac{2100 - 49\alpha}{49} = \frac{2100}{49} - \frac{49}{49}\alpha$

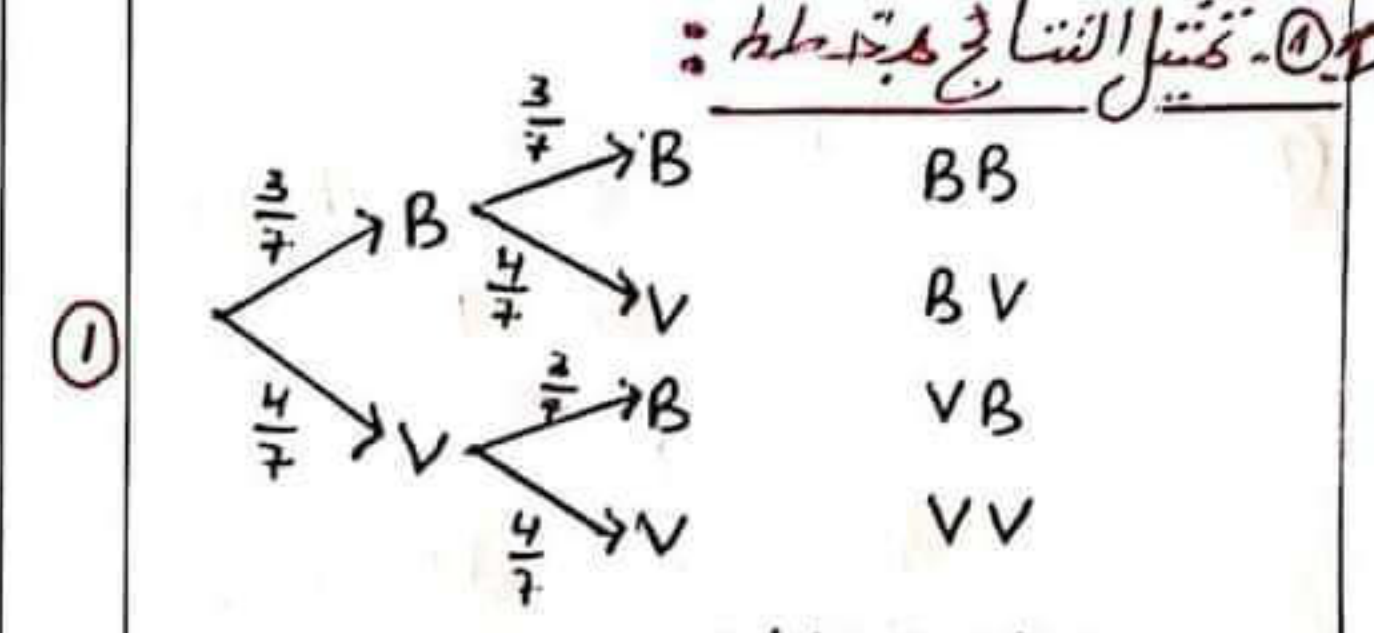
$E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$

③. تنبئ أكبر قيمته لـ  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب:

① اللعبة في صالح اللاعب معناه  $E(X) > 0$   
 معناه  $0 > \frac{300}{7} - \alpha$  معناه  $\frac{300}{7} > \alpha$

②. إذن أكبر قيمته لـ  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب هي  $\alpha = 42,86$  (لأن  $\frac{300}{7} \approx 42,86$ )

الاسم: \_\_\_\_\_ الاتجاه: \_\_\_\_\_  
 ⑥ حل المتريخ الأولى:



②. مجموعة الإمكانيات:

$\Omega = \{BB, BV, VB, VV\}$

③. حساب احتمال الحوادث:

①.5  $P(A) = P(\{BV, VB\}) = \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{7}$   
 $= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} = \frac{24}{49}$

$P(B) = P(\{BB, VV\}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$   
 $= \frac{9}{49} + \frac{16}{49} = \frac{25}{49}$  (أو  $P(B) = 1 - P(A)$ )

$P(C) = P(\{BV, VB, VV\})$   
 $= \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$   
 $= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} + \frac{16}{49} = \frac{40}{49}$

④. ① - تنبئ قيم الكنتير العشوائي X:

لدينا في حالة الحصول على BB في  $X=100-\alpha$   
 في حالة الحصول على BV, VB في  $X=50-\alpha$   
 في حالة الحصول على VV في  $X=-\alpha$   
 إذن  $X = \{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$

حل التمرين الثاني:

① - نثبت أن H مرجع التقاطع A و B:

① لدينا  $2\vec{AH} = 3\vec{AC}$  معناه  $\vec{AH} = \frac{3}{2}\vec{AC}$

معناه  $2\vec{AH} - 3\vec{AC} = \vec{0}$

معناه  $2\vec{AH} - 3\vec{AH} - 3\vec{HC} = \vec{0}$

معناه  $-\vec{AH} - 3\vec{HC} = \vec{0}$

معناه  $\vec{HA} - 3\vec{HC} = \vec{0}$

وضوح  $1-3 = -2 \neq 0$  إذ H مرجع التقاطع A و B المرفقتين بالعامتين 1 و 3. على الترتيب

② - 1. حساب إحداثيات النقطة H:

$$x_H = \frac{1 \times 1 + (-1)(-8) + (-3)(3)}{1 - 1 - 3} = \frac{9 - 9}{-3} = \frac{0}{-3} = 0$$

$$y_H = \frac{1 \times 2 + (-1)(-1) + (-3)(4)}{1 - 1 - 3} = \frac{-9}{-3} = 3$$

وضوح إحداثيات H هي  $H(0, 3)$

c. نتبين أن النقطة B, H, D هي استقامة:

لدينا مرجع الجملة  $\{(A, 1); (B, -1); (C, -3)\}$

و المرجع الجملة  $\{(A, 1); (H, -3)\}$

حسب خاصية التجميع فإن مرجع الجملة

$\{(H, -3); (B, -1)\}$

إذن النقطة B, H, D على استقامة.

③ - 1. التعبير عن الشعاع بدلالة الشعاع  $\vec{MH}$ :

لدينا مرجع الجملة  $\{(A, 1); (B, -1); (C, -3)\}$

فإنه من أجل كل نقطة M من المستوى لدينا

$$\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC} = (1 - 1 - 3)\vec{MH} = -3\vec{MH}$$

ب. تعيين قيم k حتى تكون  $(\Gamma_2)$  دائرة

رضف قطرها 2

لدينا  $\|\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}\| = 3(k+1)^2$   
معناه  $\| -3\vec{MH} \| = 3(k+1)^2$   
معناه  $3MH = 3(k+1)^2$   
 $MH = (k+1)^2$

① وضوح  $(\Gamma_1)$  دائرة مركزها النقطة H ورضف قطرها  $(k+1)^2$

إذن  $(k+1)^2 = 1$

أي  $k+1 = 1$  أو  $k+1 = -1$

أي  $k = 0$  أو  $k = -2$

إذن قيم k هي 0 و -2.  $k = \{0, -2\}$

④ - تعيين  $(\Gamma_2)$  مجموعة القيم M:

① لدينا  $2\|\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - 3\vec{MC}\|$

ولدينا H مرجع الجملة  $\{(A, 1); (C, -3)\}$

وضوح من أجل كل نقطة M

$\vec{MA} - 3\vec{MC} = (1-3)\vec{MH} = -2\vec{MH}$

إذن  $2\| -2\vec{MH} \| = 3\| -2\vec{MH} \|^2$

$2 \times 3 \times MH = 3 \times 4 \times MH^2$

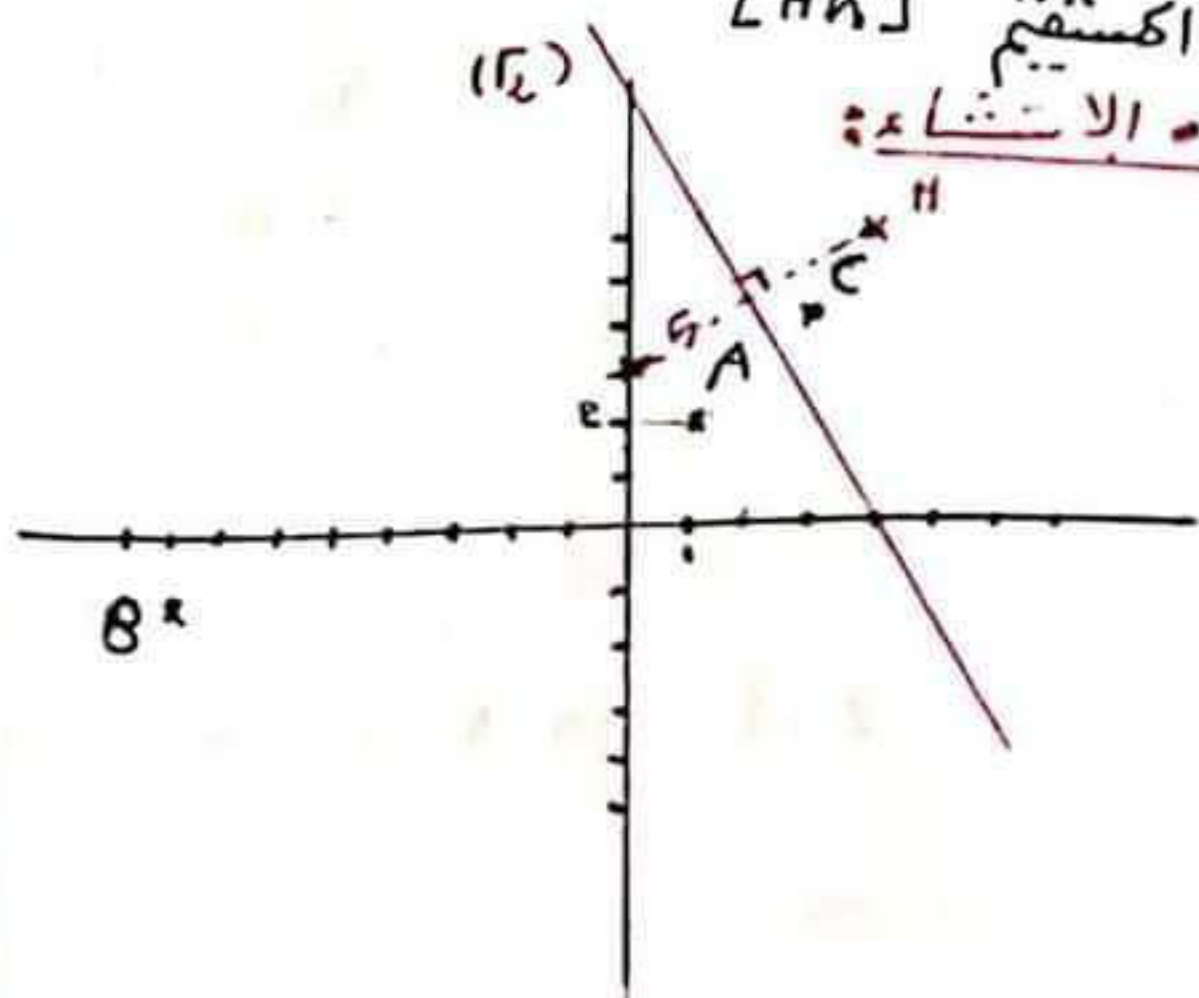
$6MH = 12MH^2$

$MH = MH^2$

وضوح المجموعة  $(\Gamma_2)$  هي محور قطعة

المتجه  $[HH]$

الاستقامة:



حل التمرين الثالث:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 2}$$

① - نعين الأعداد الكهفينة  $a, b, c$  حيث

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$$

لدينا من اجل  $x \neq -2$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$$

$$= \frac{(ax + b)(x + 2) + c}{x + 2}$$

$$= \frac{ax^2 + (b + 2a)x + 2b + c}{x + 2}$$

بالطريقة الثانية

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} a = 1 \\ b + 2a = 3 \\ 2b + c = 6 \end{cases}$$

$$f(x) = x + 1 + \frac{4}{x + 2} \quad \vee$$

② - حساب النهايات للدالة  $f$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

لدينا

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$x + 2$		$-$	$+$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$$

لأن  $x \rightarrow -2$  جان  $x^2 + 3x + 6 \rightarrow 4$  و  $x + 2 \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$$

لأن  $x \rightarrow -2$  جان  $x^2 + 3x + 6 \rightarrow 4$  و  $x + 2 \rightarrow 0$

③ - نثبت انه من اجل  $x \neq -2$ :  $f'(x) = \frac{x(x+4)}{x+2}$

0,5

الدالة قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$f'(x) = \frac{(2x+3)(x+2) - (x^2+3x+6)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 3x + 6 - x^2 - 3x - 6}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{(x+2)^2}$$

④ - اسباب التغير للدالة  $f$ :

لدينا  $f'(x) = 0$  معناه  $x(x+4) = 0$   
معناه  $x = 0$  و  $x = -4$

$x$	$-\infty$	$-4$	$-2$	$0$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$-$	$+$

وضعت الدالة في متزايدة تمامًا على المجال  $]-\infty, -4]$  و المجال  $[0, +\infty[$

ومتناقصه تمامًا على المجال  $]-4, -2[$  و المجال  $]0, 2[$

• جدول تخمينات الدالة  $f$ :

$x$	$-\infty$	$-4$	$-2$	$0$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$-$	$+$
$f(x)$		$5$		$3$	

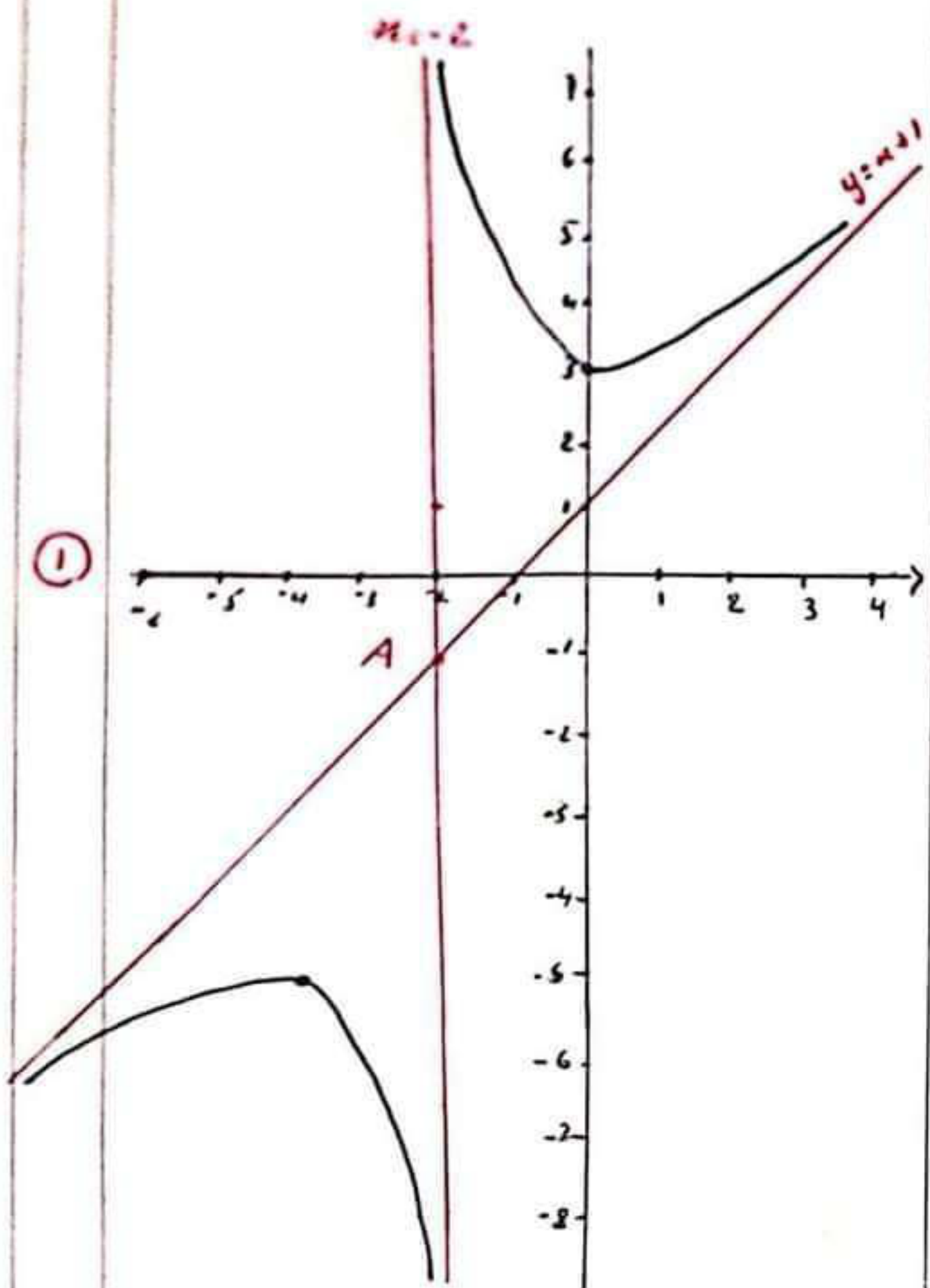
⑤ - أ- تشرح أن  $(C_f)$  يعبر مستقيمين متقاطعين:

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$$

وضعت  $(C_f)$  يعبر مستقيمين متقاطعين كما هو ديدا معادلته  $x = -x$

٢٠- رسم الكسيفيات المقاربات والمختزلة (١٠)



النقطة A

ولديا  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1))$   
 $= \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+2} = 0$

وضعت الكسيف (٥) ذ، معادلة  $y = x+1$  مقاربات سالبة (٢) بجوار  $+\infty$  و بجوار  $-\infty$ .  
 ب- دراسة وصحية (٢) بالنسبة لـ (٥):

ندرس إشارة الفرق:  $f(x) - y$

$f(x) - y = x+1 + \frac{4}{x+2} - (x+1) = \frac{4}{x+2}$   
 وصحة إشارة الفرق منا إشارة  $x+2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+
$f(x)-y$	-	+	
وضع النقط	(٢) حقة (٥)		(٢) حقة (٥)

٢١- التحقق أن  $A(-2, -1)$  هي نقطة تقاطع الكسيف المقاربات:

لدينا معادته الكسيف المقاربات الحدودية هي  $x = -2$   
 ومعادلة الكسيف الكائل  $y = x+1$   
 نجد  $x = -2$  و  $y = -2+1 = -1$   
 اذاً نقطة تقاطع الكسيف هي  $A(-2, -1)$   
 ونسبح أن  $A(-2, -1)$  مركز تناظر (٢):

لدينا  $-2-x \neq -2$  و  $-2+x \neq -2$

٢٢-  $f(-2+x) + f(-2-x) =$   
 $= -2+x+1 + \frac{4}{-2+x+2} -2-x+1 + \frac{4}{-2-x+2}$   
 $= -x + \frac{4}{x} - \frac{4}{x}$   
 $= -4+2 = -2 = 2(-1)$

ومن هنا النقطة  $A(-2, -1)$  مركز تناظر (٢)