القسـم: 02ريا+02تق

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: 02 سا

التمرين الأول :(08 نقاط)

I)- ABC مثلث كيفي .

- عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تكون النقطة G مرجح الجملة المثقلة :
$\{(A,m^2);(B,m-4);(C;-2)\}$ موجودة .

II)- في كل مايلي نضع : $m=1$

E نقطة من المستوي التي تحقق : $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

1)- أنشئ الشكل .

2)- بين أن النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(B,\alpha),(C,\beta)\}$ حيث: α ، β بين عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

3)- بين أن النقاط : G ، E ، A على استقامة واحدة .

4)- لتكن النقطة F مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,1),(B,-3)\}$. بين أن النقطة G هي منتصف $[CF]$

5)- عين ثم أنشئ المجموعة (Δ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|$$

6)- عين ثم أنشئ المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=16$$

III)- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ نفرض :

$A(-1,2)$ ، $B(3,0)$ ، $C\left(1,\frac{1}{2}\right)$

- عين إحداثيتي النقطتين F و G المعرفتان سابقا .

التمرين الثاني (12نقطة)

الجزء الأول :

- لتكن في $\mathbb{R}$ كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x)=-x^3+6x^2-13x+8$

1)- أحسب $P(1)$ ، ماذاتستنتج ؟

2)- أكتب $P(x)$ من الشكل : $P(x)=(x-1)Q(x)$ ، حيث $Q(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه .

3)- بين أن : $P(x)\prec 0$ على المجال $]1,+\infty[$ ، $P(x)\succ 0$ على المجال $]-\infty,1[$.

الجزء الثاني : :

- لتكن الدالة المعرفة f على بـ : $D_f=\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-x^3+5x^2-7x+3}{(x-2)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، 2)- أحسب : $\lim\limits_{x\to2}f(x)$ فسر هذه النتيجة بيانيا .

3)- أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{P(x)}{(x-2)^3}$ ، استنتج اتجاه تغيرا لدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4)- أ)- تحقق أنه من أجل كل x من D_f : $f(x)=-x+1+\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$

بـ)- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته ثم وضعيته بالنسبة لـ (C_f) .

جـ)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3 .

د)- باستعمال التقريب التآلفي للعدد $f(3+h)$ حيث h يؤول إلى 0 ، أحسب قيمة مقربة للعدد:
$f(3.0002)$.

5)- أحسب : $f(0)$ ، أنشئ (Δ)،(T)،(C_f).

6)- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$

7)- لتكن الدالة h المعرفة على $D_h=\mathbb{R}-\{-2,2\}$ بـ : $h(x)=-|x|+1+\dfrac{|x|-1}{(|x|-2)^2}$

أ)- أثبت أن الدالة h دالة زوجية .

بـ)- إشرح كيفية إنشاء (C_h) التمشيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان للتوضيح)

☺☺ **بالتـــوفـــيق** ☺☺ ☺ ☺ الأستاذة : بن زادي ☺☺

انـــتـــهى

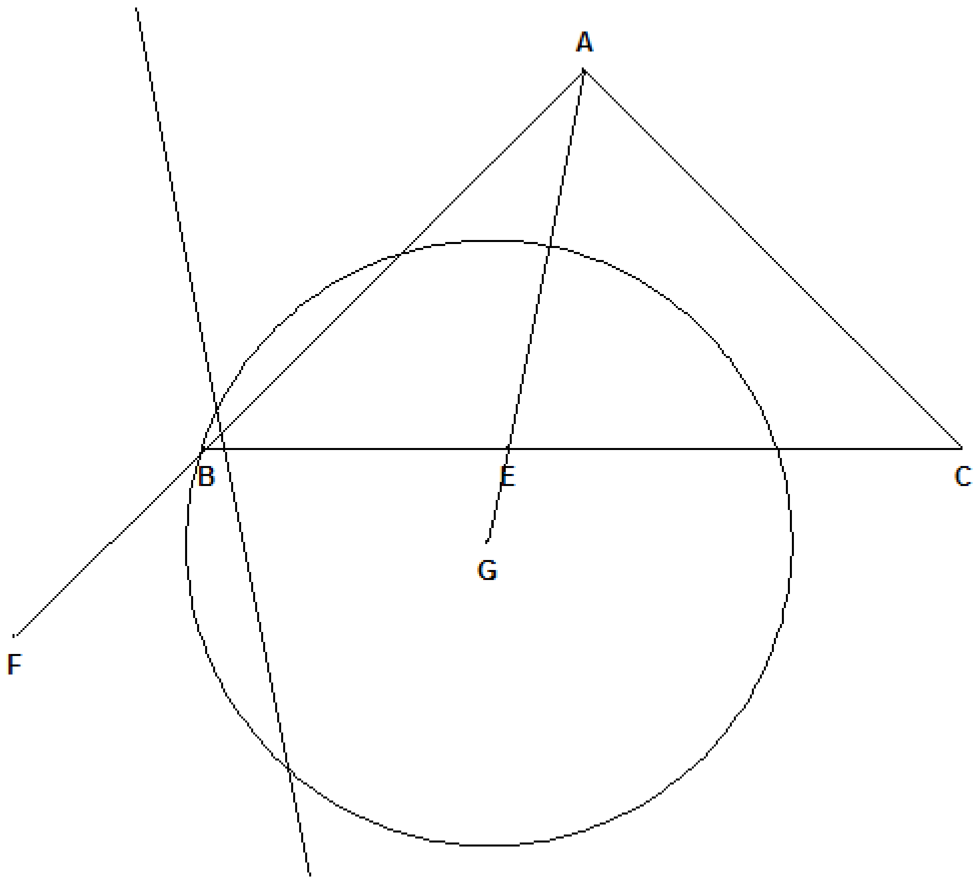
الإجابة النموذجي للإختبار الثاني في مادة الرياضيات **القـــسم : 02 ريا + 02 تر**

التمرين الأول :(08 نقاط)

I)- النقطة G موجودة معناه : $m^2+m-4-2\neq 0$ ، $m^2+m-6\neq 0$.

$\Delta=25$ ، $m_1=-3$ ، $m_2=2$. ومنه : $m\in\mathbb{R}-\{-3,2\}$ .... (01 ن)

II)- 1)- .... (02 ن)



2)- $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$ معناه : $5\overrightarrow{BE}-2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$ ، $5\overrightarrow{BE}-2\overrightarrow{BE}-2\overrightarrow{EC}=\vec{0}$ ، $3\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0}$ و منه :

النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(B,3),(C,2)\}$ ، $\alpha=3$ ، $\beta=2$ .... (01 ن)

3)- لدينا : $\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$: $-\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GE}+3\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{GE}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0}$

$-\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{GE}+\underbrace{3\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{EC}}_{\vec{0}}=\vec{0}$

و منه : النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,-1),(G,5)\}$

$-\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{GE}=\vec{0}$

و منه : النقاط : G ، E ، A على إستقامة واحدة . ... (01 ن)

4)- لدينا : $\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$: $\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{FA}-3\overrightarrow{GF}-3\overrightarrow{FB}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$-2\overrightarrow{GF}-2\overrightarrow{GC}+\underbrace{\overrightarrow{FA}-3\overrightarrow{FB}}_{\vec{0}}=\vec{0}$ ، $\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

و منه : النقطة G هي منتصف $[CF]$ . ... (01 ن)

5)- $4MG=4MF$ ، و منه : (Δ) هي محور القطعة المستقيمة : $[GF]$ .... (01 ن)

6)- $4MG=16$ ، $MG=4$ و منه : (Γ) هي دائرة مركزها G و نصف قطرها $r=4$ .... (01 ن)

التمرين الثاني (12نقطة)

الجزء الأول :

1)- $P(1)=0$ ومنه : جذر لـ $P(x)$ .... (0.5ن)

2)- من أجل كل x من D_f : $P(x)=(x-1)(-x^2+5x-8)$ .... (0.5ن)

	$-\infty$ 1	$+\infty$
$x-1$	-	+
$-x^2+5x-8$	-	-
$P(x)$	-	-

ومنه : $P(x)\prec 0$ على المجال $]1,+\infty[$ ، $P(x)\succ 0$ على المجال $]-\infty,1[$ .... (0.5ن)

الجزء الثاني :

1)- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{-x^3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{-x^3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-x)=-\infty$ .... (0.5ن)

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to2}\left(-x^3+5x^2-7x+3\right)=-1\\ \lim\limits_{x\to2}(x-2)^2=0^+\end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x\to2} f(x)=+\infty$ .... (0.5ن)

(C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x=2$ .... (0.5ن)

2)- f قابلة للإشتقاق على D_f :

$$f'(x)=\frac{\left(-3x^2+10x-7\right)(x-2)^2-2(x-2)\left(-x^3+5x^2-7x+3\right)}{(x-2)^4}$$

$$f'(x)=\frac{(x-2)\left[\left(-3x^2+10x-7\right)(x-2)-2(-x^3+5x^2-7x+3)\right]}{(x-2)^4}$$

و منه : $f'(x)=\frac{P(x)}{(x-2)^3}$ .... (0.5ن)

- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ و $(x-2)^3$.

x	$-\infty$	1		2	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-		-
$(x-2)^3$	-		-	0	+
$f'(x)$	-	0	+	||	-

f متزايدة تماما على المجال $[1,2[$ ، f متناقصة تماما على المجال $]2,+\infty[\cup]-\infty,1]$ . ... (0.5 ن)

جدول تغيرات الدالة f : .... (01 ن)

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$	$\|$ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

4)- أ)- $f(x)=\frac{(-x+1)(x-2)^2+x-1}{(x-2)^2}=\frac{-x^3+5x^2-7x+3}{(x-2)^2}$ ....(0.5ن)

ب)- بما أن : $\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{x-1}{(x-2)^2}=0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=-x+1$

بجوار $-\infty$ ، $+\infty$ ....(0.5ن)

x	$-\infty$	1		2	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$		$+$
$(x-2)^2$	$+$		$+$	0	$+$
إشارة : $f(x)-y$	$-$		$+$	$\|$	$+$

$(C_f)\cap(\Delta)=\{A(1,0)\}$

(C_f) فوق (Δ) على المجال $]1,2[\cup]2,+\infty[$ ، (C_f) تحت (Δ) على المجال $]-\infty,1[$ ....(0.5ن)

ج)- $(T): y=f'(3)(x-3)+f(3)=-4(x-3)+0$ ومنه : $(T): y=-4x+12$ ....(0.5ن)

د)- $f(3+h)\approx f'(3)h+f(3)$ حيث h يؤول إلى 0 ومنه : $f(3+h)\approx -4h$.............................(0.5ن)

$f(3.0002)=f(3+0.0002)\approx -4(0.0002)$ ومنه : $f(3.0002)\approx -0.0008$ ....(0.25ن)

5)- $f(0)=\frac{3}{4}$ ....(0.25ن)

6)- حلول المعادلة $f(x)=m$ بيانيا هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y=m$ ....(01ن)

$m\in]-\infty,0[$: للمعادلة حلا وحيدا موجب .

$m=0$: للمعادلة حلين : حلا مضاعفا موجبا وحلا أخرا موجبا .

$m\in\left]0,\frac{3}{4}\right[$: للمعادلة ثلاث حلول موجبة .

$m=\frac{3}{4}$: للمعادلة ثلاث حلول : حلا معدوما و حلين موجبين .

$m\in\left]\frac{3}{4},+\infty\right[$: للمعادلة ثلاث حلول : حلا سالبا و حلين موجبين .

7)- أ)- من أجل كل x من D_h ، $-x \in D_h$: $h(-x) = -|-x| + 1 + \dfrac{|-x| - 1}{(|-x| - 2)^2} = h(x)$

(لأن : $|-x| = |x|$) ومنه الدالة h دالة زوجية . ... (0.5 ن)

ب)- $h(x) = \begin{cases} f(x) & x \in I_1 = [0, 2[\cup]2, +\infty[\\ f(-x) & x \in I_2 =]-\infty, -2[\cup]-2, 0] \end{cases}$

$x \in I_1$: (C_h) يطابق (C_f) .... (0.5ن)

$x \in I_2$: (C_h)هو نظير (C_f) بالنسبة لـ(yy') لأن الدالة دالة زوجية .

4)- إنشاء (Δ) ، (T) ، (C_f) ، (C_h) : .... (02 ن)