

التاريخ: 2024/03/07

المدة: ساعتان

المادة: الرياضيات

المستوى: 2 علوم تجريبية

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل تصريح أدناه :

1. A و B نقطتان متميزتان من المستوى , مجموعة النقط M التي تحقق:

$$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$$

هي محور القطعة $[AB]$.

2. القيس الرئيسي للزاوية الموجبة $\frac{2023\pi}{2}$ هو $\frac{3\pi}{2}$.

3. إذ كان $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$ فإن $(-2\vec{u}; 6\vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$.

4. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$(1 - 2\sin^2 x)^2 - (1 - 2\cos^2 x)^2 = 0$$

5. عدد حلول المعادلة $\sin(2x) = \cos(x + \pi)$ في المجال $[-5\pi; 5\pi]$ هو 10.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

يوجد في كيس 6 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام 0, 1, -1 و 1 و كرتين حمراوين تحملان الرقمين 1 و -1 و كرية سوداء تحمل الرقم 0, نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الكيس.

1. عين بواسطة جدول عناصر مجموعة الإمكانات الكلية Ω .

2. احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "سحب كرتين بيضاوان"

B : "سحب كرية حمراء على الأكثر"

C : "سحب كرتين مجموع رقميهما 0"

3. احسب $P(A \cap C)$, $P(\bar{C})$, $P(\bar{A})$ ثم استنتج $P(A \cup B)$ و $P(A \cap \bar{C})$.

4. يدفع لاعب DA مقابل اللعبة التالية: إذ سحب كرتين جداء رقميهما موجب تماما يربح $60DA$ و إذ سحب كرتين جداء رقميهما سالب تماما يخسر $30DA$ و إذ سحب كرتين جداء رقميهما معدوم يخسر ما دفعه ,

نعرف X المتغير العشوائي الذي يرفق بمقدار الربح أو الخسارة .

• برر أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $X = \{60 - \alpha, -30 - \alpha, -\alpha\}$ ثم عين قانون

احتماله.

• احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

• عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$. حيث a, b, c أعداد حقيقية.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$.

2. عين الأعداد a, b, c حيث منحنى الدالة g يقبل مماسا موازي لمحور الفواصل عند النقطة $A(3; 4)$ و يقطع محور الترتيب عند -5 .

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j}; 0)$.

1. احسب نهايات دالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x-1}$.

3. بين أن مستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) , عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر (Δ') .

4. ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) .

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, ثم شكل جدول تغيراتها.

6. برهن على وجود مماسين (T) و (T') معامل توجيه كل منهما يساوي -3 .

7. بين أن النقطة $B(1; 0)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

8. أرسم المماسين (T) و (T') , المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

9. m وسيط حقيقي, ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2 - (2 + m)x + m + 5 = 0$.

سؤال إضافي: (01 نقاط)

❖ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x لدينا: $\sin(x) \leq x$.

تدقيق اختبار فصل الثاني

إعداد سهر ك.

التبرين 1:

$$\begin{cases} -5\pi \leq -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 5\pi \\ -5 \leq -\frac{1}{2} + 2k \leq 5 \\ -\frac{9}{2} \leq 2k \leq \frac{11}{2} \\ -\frac{9}{4} \leq k \leq \frac{11}{4} \Rightarrow -2,25 \leq k \leq 2,75 \\ k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ ومنه} \\ \text{حل ثاني:} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5\pi \leq -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \leq 5\pi \\ -5 \leq -\frac{1}{6} + \frac{2k}{3} \leq 5 \\ -\frac{29}{6} \leq k \leq \frac{31}{6} \\ -7,16 \leq k \leq 7,16 \\ k \in \{-7, -6, \dots, 0, 1, 2, \dots, 7\} \text{ ومنه} \\ \text{ومن عدد الطول هو 20.} \end{cases}$$

1) خطأ، لأن: نريد I منتصف قطعة [AB]
 $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$
 $2MI = BA \Leftrightarrow MI = \frac{BA}{2}$
 ومنه وجبونة النقطه هي دائرة مركزها I
 ونصف قطرها $\frac{BA}{2}$
 2) خطأ;

3) خطأ؛
 $\frac{20,23\pi}{2} = 10,12\pi - \frac{\pi}{2}$
 ومنه قياس الرئيس هو $-\frac{\pi}{2}$
 $(-2\vec{u}, 6\vec{v}) = \pi + (\vec{u}, \vec{v}) = \pi + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$

4) صحيح. لأن:

$$\begin{aligned} & (1 - 2\sin^2(x))^2 - (1 - 2\cos^2(x))^2 \\ &= [-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)] [2 - 2\sin^2(x) - 2\cos^2(x)] \\ &= [-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)] [2 - 2(\sin^2(x) + \cos^2(x))] \\ &= [-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)] [2 - 2] = 0 \end{aligned}$$

خطأ 5:

$\sin(2x) = \cos(x + \pi)$
 $-\sin(2x) = \cos(x)$
 $\cos(\frac{\pi}{2} + 2x) = \cos(x)$
 ومنه

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x = x + 2k\pi \\ \frac{\pi}{2} + 2x = -x + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

التبرين 2:
 0,5

رتبة	B_0	B_{-1}	B_1	R_1	R_{-1}	N_0
B_0	X	X	X	X	X	X
B_{-1}	$B_0 B_{-1}$	X	X	X	X	X
B_1	$B_0 B_1$	$B_{-1} B_1$	X	X	X	X
R_1	$B_0 R_1$	$B_{-1} R_1$	$B_1 R_1$	X	X	X
R_{-1}	$B_0 R_{-1}$	$B_{-1} R_{-1}$	$B_1 R_{-1}$	$R_1 R_{-1}$	X	X
N_0	$B_0 N_0$	$B_{-1} N_0$	$B_1 N_0$	$R_1 N_0$	$R_{-1} N_0$	X

مستقيم مغارب الأشم $x = 1$ مستقيم مغارب الأشم $x = 1$

x	-	1	+
$f(x) - y$	-		+
$f(x)$	مستقيم مغارب الأشم (A)		مستقيم مغارب الأشم (B)
نسبة	(A)		(B)

$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ -5

x	-	-1	1	3	+	
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$g(x)$			24		4	

$f'(x) = -3$ -6
 $x^2 - 2x - 3 = -3(x-1)^2$ ومنه
 $x_2 = 2, x_1 = 0$

(T): $y = -3x - 5$; (T'): $y = -3x + 11$

7- لدينا $x + 1$ ومنه $2 - x = 1$

$f(2-x) + f(x) = 0$

ب(1, 0) مركز تناظر

9- مناقشة $x^2 - (2+m)x + m + 5 = 0$

$\frac{x^2 - 2x + 1}{x-1} = m$ $f(x) = m$

مناقشة أولوية
 $-4 < m < 4$ لا يوجد حلول
 $m \in \{-4; 4\}$ يوجد حل واحد متماثل
 $|m| > 4$ يوجد حلين مختلفين

سؤال (1) نهائي

$D_g = \mathbb{R}^+$ نضع $g(x) = x - \sin(x)$

$g'(x) \geq 0$ ومنه $g'(x) = 1 - \cos(x)$

بالتالي g متزايدة: تساهل على D

وبالتالي متساوي يكون $x \in \mathbb{R}^+$

$g(x) \geq g(0)$

$x - \sin(x) \geq 0$

$x \geq 0 \iff x \geq \sin(x)$

وهو المطلوب

$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ -3
 $P(B) = \frac{14}{15}$
 $P(C) = \frac{5}{15}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{15}$; $P(\bar{C}) = \frac{10}{15}$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{12}{15}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{14}{15}$
 $P(A \cap \bar{C}) = P(A) - P(A \cap C) = \frac{2}{15}$

$X = \{60-d, -30-d, -d\}$ -4

x_i	$60-d$	$-30-d$	$-d$
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$

$E(X) = \sum x_i P(X=x_i) = -d$

$E(X) > 0$ تكون لعبة في صالح اللاعب
 ومنه $0 < -d \iff d < 0$ مستحيل إذن
 لعبة خاسرة دائماً أو عادلة $d=0$

استرجع 3

$g(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$

$\begin{cases} g(3) = 4 \\ g'(3) = 0 \\ g(0) = -5 \end{cases}$ $g'(x) = \frac{ax^2 - 2ax - b - c}{(x-1)^2}$

$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases}$ ومنه

$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x-1}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

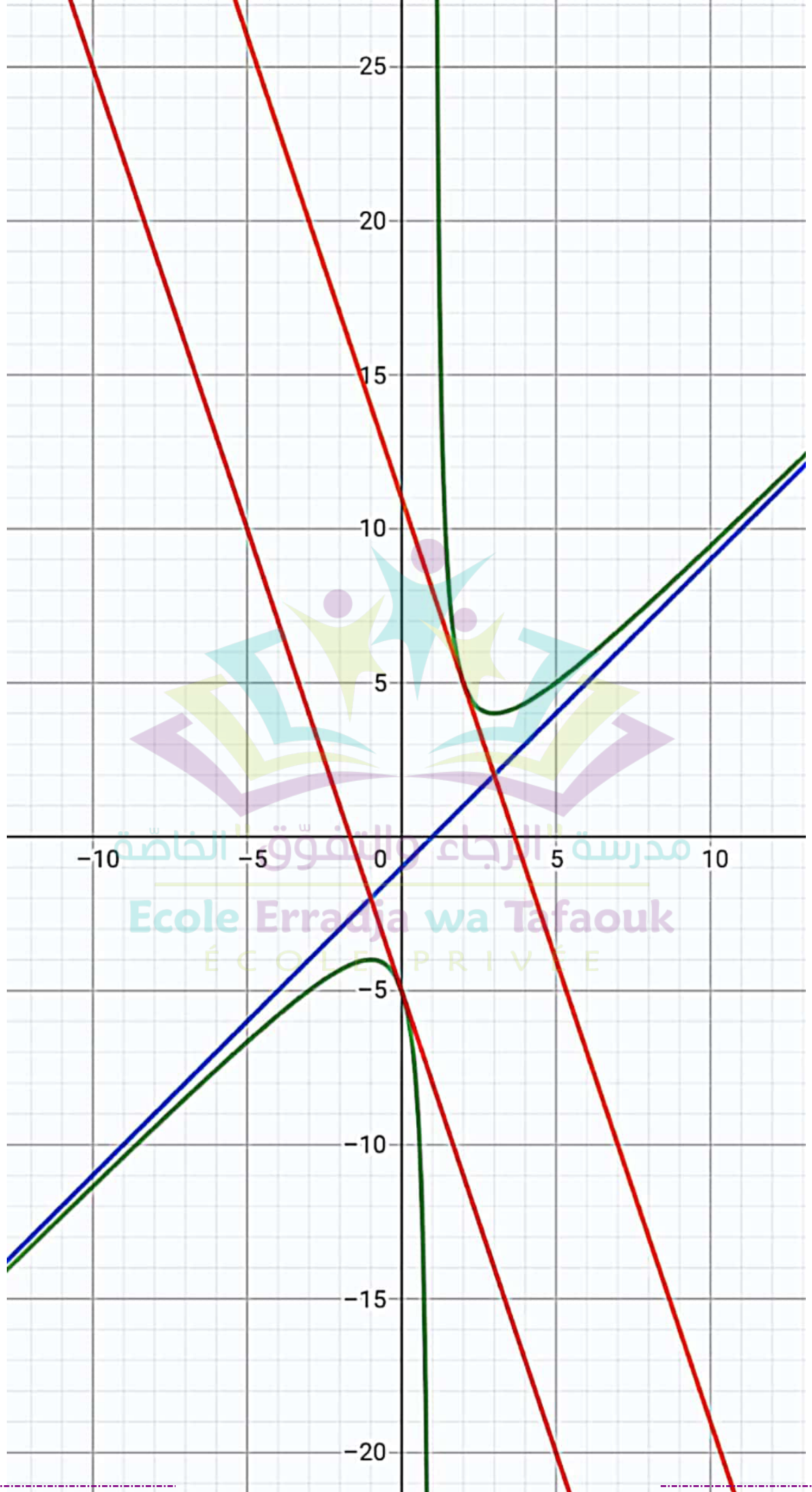
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 5) = 4$

$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$

$x-1 + \frac{4}{x-1} = \frac{(x-1)^2 + 4}{x-1} = \frac{x^2 - 2x + 5}{x-1} = f(x)$ لدينا

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x-1}$



مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE