

التاريخ: 2023/03/09

المدّة: ساعتين ونصف

المادّة: رياضيات

المستوى: 2 ع ت

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 قاط)

كيس يحتوي على ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ: $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{-\pi}{2}$. وكرتين خضراوين مرقمتين بـ: 0 , π .
 نسحب عشوائيا كرتين على التوالي من الكيس مع إرجاع الكرة الأولى المسحوبة قبل سحب الثانية.
 I. مثل هذه التجربة بمخطط مناسب. ثم احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "سحب كرتين تحملان نفس الرقم". B: "سحب كرتين جداء رقميهما معدوم".

C: "سحب كرتين إحداهما على الأقل تحمل رقما هو حل للمعادلة $\sin(x) = 0$ ".

II. ليكن α و β العددين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين، نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين، العدد $\cos(\alpha) \times \cos(\beta)$.

1. بين أن مجموعة القيم الممكنة لـ X هي: $\left\{-1; \frac{-1}{2}; 0; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1\right\}$.

2. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم بين أن $E(X) = \frac{1}{100}$.

III. نضع الكرات الحمراء في كيس U_1 ، والكرات الخضراء في كيس آخر U_2 ، نسحب في آن واحد كرة من U_1 و كرة من U_2 ، ما هو احتمال سحب كرتين جداء رقميهما سالب تماما؟

التمرين الثاني: (06 قاط)

في معلم متعامد ومتجانس. نعتبر النقط $A(-2;0)$ ، $B(2;3)$ ، $C(1;m)$ ، $D(-3;-4)$ و m عدد حقيقي.
 ولتكن النقطة G المعرفة بالعلاقة $\overline{GB} = \overline{AD}$. ولتكن النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

1. بين أن النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\{(A,1), (B,1), (D,-1)\}$ ، احسب إحداثيات G و I .

2. عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $2\|\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MD}\| = \|\overline{MA} + \overline{MB}\|$.

3. عين قيم m في كل حالة من الحالات التالية:

(أ) A ، B و C على استقامة واحدة. (ب) $ABCD$ متوازي أضلاع.

(ج) ABC مثلث قائم في A . (د) ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A .

(هـ) المجموعة (E_2) للنقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MD}\| = \|\overline{MA} - \overline{MC}\|$ هي

دائرة مركزها G ونصف قطرها 3.

4. أنشئ النقط A ، B ، D ، I و G . ثم أنشئ (E_1) و (E_2) .

التمرين الثالث: (09 قاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 8}{2x + 4}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .

2. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$.

3. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) معادلته $y = \frac{1}{2}x + 1$.

4. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ) .

5. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2 + 4x}{2(x + 2)^2}$.

6. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

7. بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) ميل كل منهما يساوي $-\frac{3}{2}$ ، يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

8. عين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

9. ارسم (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

10. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2 + x(4 - 2m) + 8 - 4m = 0$.

11. عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تقبل المعادلة $f(x) = 4 \cos(\lambda)$ حلاً مضاعفاً.

Ecole Erradja wa Tafaouk

من إعداد: الأستاذ بن مسعود

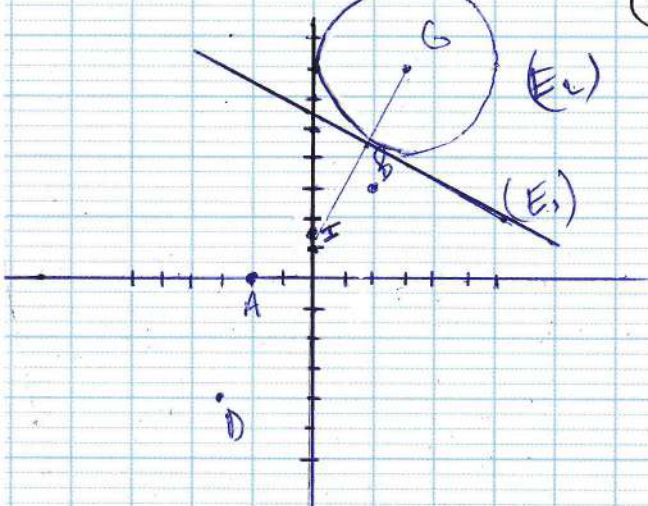
ÉCOLE PRIVÉE

المترين الثاني:

(أ) لدينا $\vec{GB} = \vec{AD}$ أي $\vec{GB} - \vec{AD} = \vec{0}$
 ومنه $\vec{GB} - \vec{AG} - \vec{GD} = \vec{0}$ أي $\vec{GA} + \vec{GB} - \vec{GD} = \vec{0}$
 إذن G مركز المثلث $\{(A,1); (B,1); (D,3)\}$
 $I(0, \frac{3}{2})$ $G(3, 7)$ (ع)
 $2 \|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MD}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$
 أي $MG = 2MI$
 ومنه $MG = MI$

(E1) $\vec{AC} = \vec{AB}$ من متجان خطياً
 $9 - 4m = 0$ $\vec{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ m \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $m = \frac{9}{4}$ زب
 $\vec{AB} = \vec{DC}$
 $m = -1$ زب $m+4=3$ $\vec{DC} \begin{pmatrix} 4 \\ m+4 \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $1 + (m-3)^2 = 25 + 9 + m^2$ أي $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (2)
 $m = -4$ أي $1 - 6m = 25$ زب

(3) $AB = AC$ أي $5 = \sqrt{9 + m^2}$
 $m^2 = 16$ أي $m = 4$ أو $m = -4$ زب
 $MG = 3$ (E2) $MG = AC$ لدينا (د)
 $\sqrt{9 + m^2} = 3$ أي $AC = 3$ ومنه
 $9 + m^2 = 9$ ومنه $m = 0$ زب



المترين الأول:

$\alpha \backslash \beta$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{2}, 0)$	$(\frac{\pi}{2}, \pi)$
$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{2}, 0)$	$(\frac{\pi}{2}, \pi)$
$\frac{2\pi}{3}$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{2\pi}{3}, 0)$	$(\frac{2\pi}{3}, \pi)$
0	$(0, \frac{\pi}{2})$	$(0, \frac{\pi}{2})$	$(0, \frac{2\pi}{3})$	$(0, 0)$	$(0, \pi)$
π	$(\pi, \frac{\pi}{2})$	$(\pi, \frac{\pi}{2})$	$(\pi, \frac{2\pi}{3})$	$(\pi, 0)$	(π, π)

$P(C) = \frac{16}{25}$, $P(B) = \frac{9}{25}$, $P(A) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

(II) نلخص قيم المتغير العشوائي في الجدول التالي:

$\alpha \backslash \beta$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{2\pi}{3}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	-1
π	0	0	$\frac{1}{2}$	-1	1

ومنه فإن $X \in \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$
 $P(X = \frac{1}{4}) = \frac{1}{25}$, $P(X = 0) = \frac{16}{25}$, $P(X = -\frac{1}{2}) = \frac{2}{25}$, $P(X = -1) = \frac{2}{25}$
 $P(X = 1) = \frac{2}{25}$, $P(X = \frac{1}{2}) = \frac{2}{25}$

X_i	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$P(X=X_i)$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$

$E(X) = -1 \times \frac{2}{25} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{25} + 0 \times \frac{16}{25} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{25} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{25} + 1 \times \frac{2}{25}$
 $E(X) = \frac{1}{100}$

$U_2 \backslash U_1$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
0	0	0	0
π	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$

احتمال سحب كرتين هما $\frac{1}{6}$ \rightarrow $\frac{1}{6}$

$$\frac{x(x+4)}{2(x^2+4x+4)} = \frac{-3}{2} \quad f'(x) = \frac{-3}{2} \quad (*)$$

$$x^2 + 4x = -3x^2 - 12x - 12$$

$$4x^2 + 16x + 12 = 0 \quad ; \quad \text{في}$$

$$x_2 = -3 \quad \text{و} \quad x_1 = -1 \quad \text{نقط}$$

$$(T_1): y = f'(-3)(x+3) + f(-3) \quad (T_2): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$$(T_1): y = \frac{-3}{2}(x+3) - \frac{5}{2} \quad (T_2): y = \frac{-3}{2}(x+1) + \frac{5}{2}$$

$$(T_1): y = \frac{-3}{2}x - 7 \quad (T_2): y = \frac{-3}{2}x + 1$$

$$d(-2,0) \quad \text{نقطة التقاطع} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases} \quad (*)$$

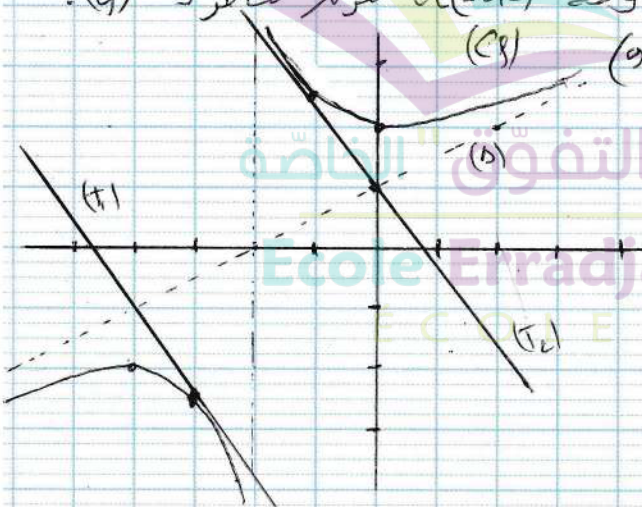
$$-x+2, \quad x+2 \text{ في } x \in D_f \quad \text{من اجل} \quad (-4-x) \in D_f \quad \text{في} \quad -4-x \neq -2$$

$$f(-4-x) + f(x) = 0 \quad \text{اذا ثبت ان}$$

$$f(-4-x) + f(x) = \frac{1}{2}(-4-x) + 1 + \frac{2}{-4-x+2} + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2}$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{-x-2} + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2} = 0 \quad \text{(معتاد)}$$

(ep) ونقطة مركز تناظر لـ $d(-2,0)$



$$x^2 + x(4-2m) + 8 - 4m = 0$$

$$x^2 + 4x + 8 = 2mx - 4m$$

$$f(x) = m$$

في $y = m$ تقاطع $f(x)$ مع $y = m$

$$\text{كلما } m \in]-\infty, -2[\text{ لـ } 6$$

$$\text{لم يمس } m = -2 \text{ لـ } 6$$

$$\text{لم يمس } m \in]-2, 2[\text{ لـ } 6$$

$$\text{لم يمس } m \in]2, +\infty[\text{ لـ } 6$$

$$\lambda = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \lambda = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \quad \begin{cases} 4 \cos \lambda = 2 \\ 4 \cos \lambda = -2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \lambda = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \quad x \in \mathbb{R}$$

التمرين الثالث

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} = -\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty \quad \frac{x}{2} = \frac{-2}{2} + \dots \quad (2)$$

$$f(x) = ax + b + \frac{2c}{2x+4}$$

$$f(x) = \frac{2ax^2 + 4ax + 2bx + kb + 2c}{2x+4}$$

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ 4a + 2b = 4 \\ 4b + 2c = 8 \end{cases} \quad \text{بالتالي نجد}$$

$$c = 2 \quad b = 1 \quad a = \frac{1}{2} \quad \text{و}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (\frac{1}{2}x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x+2} = 0$$

في $y = \frac{1}{2}x + 1$ و $x = -2$ (نقطة تقاطع)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	-	+	+

$$f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) = \frac{2}{x+2}$$

في المجال $]-\infty, -2[$ يكون $f(x) < (\frac{1}{2}x + 1)$
في المجال $] -2, +\infty[$ يكون $f(x) > (\frac{1}{2}x + 1)$

$$R = \{-2\} \text{ لـ } 6 \text{ لـ } 6 \text{ لـ } 6$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 4 - 4}{2(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{2(x+2)^2}$$

لـ 6 لـ 6 لـ 6 لـ 6

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

في المجال $]0, +\infty[$ و $] -\infty, -4[$ يكون $f'(x) > 0$
في المجال $] -4, -2[$ و $] -2, 0[$ يكون $f'(x) < 0$

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f(x)$	-	+	-	+	+