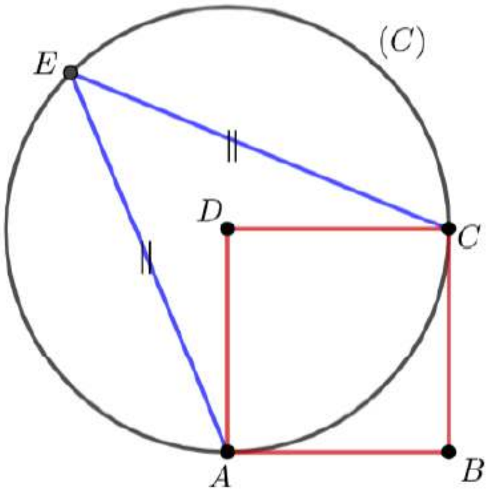
| المستوى الثانية ثانوي رياضي |
| --- |
| اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات<br>2سا |

**يمنع منعا باتا الكتابة باللون الأحمر، التشطيب واستعمال المصحح**

## التمرين الأول (06 نقاط):

في المستوي الموجه، $ABCD$ مربع و $ACE$ مثلث متساوي الساقين، $(C)$ الدائرة التي مركزها $D$ ونصف قطرها $DC$ كما في الشكل المقابل:




1) عين قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC})$ و $(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC})$

2) بين أن المثلثين $EDC$ و $EDA$ متقايسان.

3) عين قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE})$ و $(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DA})$.

4) بين أن $(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC})+(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE})=\pi$

5) ماذا يمكنك القول عن النقط $E$، $D$ و $B$ ؟

6) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية:

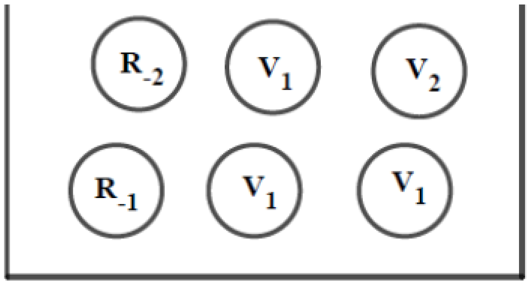
$$sinx+cosx=1$$

7) حل في المجال $]-\pi;\pi]$ المتراجحة التالية:

$$2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-1\geq 0$$

## التمرين الثاني (06 نقطة):

يحتوي صندوق على 6 كريات متجانسة، منها كرتين حمراوين تحملان العددين $-2$ و$-1$، البقية خضراء مرقمة بـ : 2، 1، 1، 1، نسحب من الكيس كرتان على التوالي دون إرجاع، ونسجل عددها الظاهر ولونها.




نعتبر الأحداث التالية:

$A$: " كرة واحدة على الأقل تحمل الرقم 1 " ، $B$: "كرة واحدة فقط تكون خضراء"

و $C$: "مجموع الأعداد المتحصل عليها معدوم".

1) بواسطة مخطط توضيحي (شجرة أو جدول) عين المجموعة الشاملة $\Omega$ للتجربة العشوائية السابقة.

2) أ- أحسب $P(\overline{A})$، ثم استنتج أن: $P(A) = \frac{4}{5}$ .

ب- بين أن: $P(B) = \frac{8}{15}$ و $P(C) = \frac{4}{15}$ .

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج من التجربة العشوائية السابقة مجموع الأعداد المكتوبة.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$.

ب-عين قانون احتمال للمتغير العشوائي $X$، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

## التمرين الثالث (08 نقطة):

$f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أثبت أن الدالة $f$ فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ- ادرس تغيرات الدالة $f$.

2) أ- اكتب معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب-ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$ واستنتج أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

جـ- بين أن المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ في جوار $+\infty$

ثم استنتج أن المستقيم $(d')$ ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $-\infty$.

د- ارسم $(d)$ و$(d')$ و$(C_f)$ في المعلم السابق.

3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m^3$

4) $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = |x|\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ .

أ- بين أن الدالة $g$ زوجية.

ب-انطلاقا من $(C_f)$ ارسم $(C_g)$ منحنى الدالة $g$ في نفس المعلم السابق.

# *التصحيح النموذجي*

## التمرين الأول (06 نقاط):

1) $\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\pi}{2}$ و $\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)=\frac{\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)}{2}=\frac{\pi}{4}$

2) $EA=EC$ و $DC=AD$ المثلثان $EDC$ و$EDA$ متقايسان

3) $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\frac{3\pi}{4}$ و $\left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DA}\right)=\frac{3\pi}{4}$

4) $\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}=\pi$

5) $\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DE}\right)=\pi$ النقط ، $D$ و $B$ على استقامة واحدة.

6) حلول المعادلة $sinx+cosx=1$ في $\mathbb{R}$ هي : $S=\left\{k\pi\ ;\ \frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$

7) حلول المتراجحة $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-1\geq 0$ في المجال $]-\pi;\pi]$ هي: $S=\left[\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{6}\right]$

## التمرين الثاني (06 نقطة):

1) باستعمال جدول توضيحي للتجربة العشوائية، نجد 30 إمكانية.

2) أ- $P\left(\overline{A}\right)=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$ ومنه $P(A)=\frac{4}{5}$

ب- $P(B)=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$ و $P(C)=\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$

3) أ- القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$ هي: $-3,-1,0,1,2,3$

ب- $P(X=-3)=\frac{2}{30}$ ، $P(X=-1)=\frac{6}{30}$ ، $P(X=0)=\frac{8}{30}$ ، $P(X=1)=\frac{2}{30}$ ،
$P(X=2)=\frac{6}{30}$ ، $P(X=3)=\frac{6}{30}$

$E(X)=\frac{2}{3}$

## التمرين الثالث (08 نقطة):

1) أ- من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $-x\in\mathbb{R}$ لدينا $f(-x)=-f(x)$، الدالة $f$ فردية

ب- من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ- $f'(x)>0$ من أجل كل عدد حقيقي $x$، الدالة $f$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

2) أ- معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0 هي: $(T): y = 2x$

ب- وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$:

$(C_f)$ يقع فوق $(T)$ على المجال $]-\infty ; 0]$

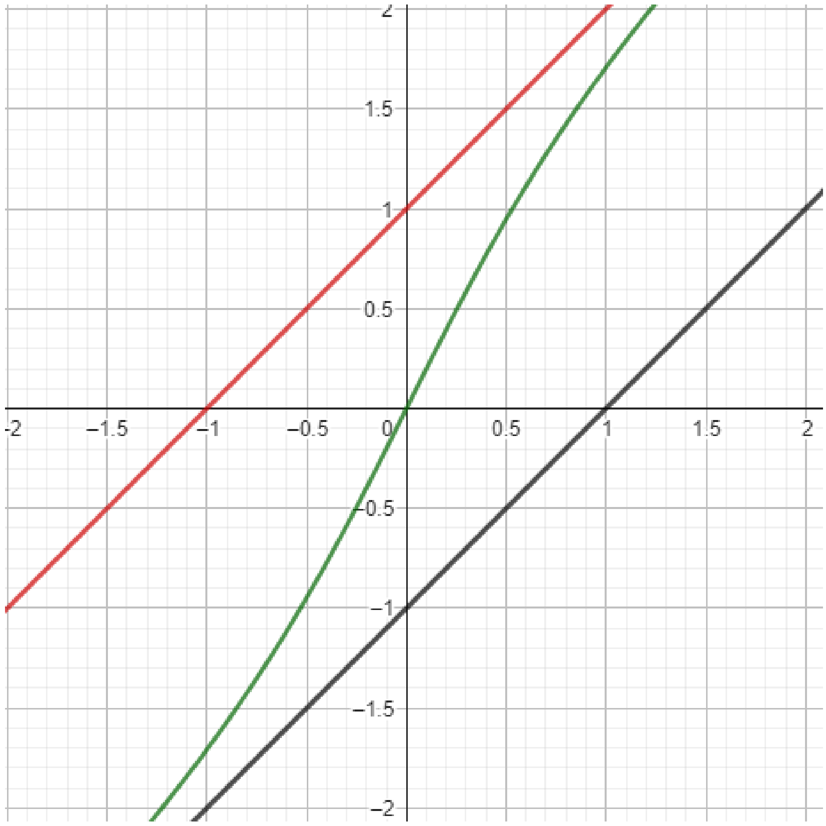
$(C_f)$ يقع تحت $(T)$ على المجال $[0 ; +\infty[$

$(T)$ يخترق المنحنى $(C_f)$ عند النقطة $O$

ج- $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ وبما أن الدالة $f$ فردية فإن:

$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

د-




3) حلول المعادلة $f(x) = x + m^3$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y = x + m^3$

$m \in ]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ لا تقبل حلول

$m = 0$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ تقبل حل وحيد معدوم

$m \in ]-1 ; 0[$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ تقبل حل وحيد سالب

$\in ]0 ; 1[$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ تقبل حل وحيد موجب

4) أ- من أجل كل $x \in \mathbb{R}$، $-x \in \mathbb{R}$ لدينا $g(-x) = g(x)$، الدالة $g$ زوجية

ب-