♣ إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات ♣

المستوى: الثانية علوم تجريبية المدة: 2 ساعات

تقبل الإجابات الدقيقة و الواضحة فقط. يمنع منعا باتا استعمال القلم الأحمر و قلم التصحيح (effaceur)

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

(u_n) متتالية عدديـــة معرفـــة بحـدها الأول $u_0 = \frac{2}{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n لـديـنـا:

$$u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n + \frac{1}{4}.$$

و لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة من اجل عدد طبيعي n بـ: $w_n = -2u_n - 1$.

1. احسب : w_2, w_1, w_0, u_2, u_1.
2. اثبت أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
3. احسب w_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.
4. احسب: $\lim_{n\to+\infty} w_n$ ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$.
5. احسب بدلالة n المجموع : $S_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$. ثم استنتج المجموع: $T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1. ليكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين غير معدومين. بيّن أنّ: $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}(||\vec{u}+\vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2)$
2. في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط : $A(3,2)$, $B(0,5)$, $C(-2,-1)$.
   - أحسب طويلة كل من الأشعة : $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$، $\overrightarrow{BC}$.
   - أحسب الجداءات السلمية التالية : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$، $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$، $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$، $\left[\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\right]\cdot\overrightarrow{AC}$.
   - استنتج: $||\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}||$
   - اعطي قيسا للزاويتين : $\widehat{BAC}, \widehat{ACB}$ بالتدوير الى الدرجة.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2-3x+6}{x-2}$
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1cm$

1. عيّن الأعداد الحقيقية a , b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
3. بيّن ان المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما عمودي يطلب تعيين معادلته و الثاني مقارب مائل (Δ) معادلته هي : $y = x - 1$.
4. ♣ بيّن أنه من أجل كل x من $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$
♣ عيّن إشارة الدالة f' و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
5. اكتب معادلة المماس (T) للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$.
6. ادرس الوضع النسبي لـــ : (C_f) و (Δ) .
7. بين أن النقطة $\omega(2; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
8. ارسم المستقيمين المقاربين و المنحني (C_f) .
9. ناقش بيانيا, حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.