المستوى: الثانية علوم تجريبية/ تقني رياضي	**مارس 2024**

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة : 2سا

التمرين الأول (6 ن)

A، B و C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية. I منتصف القطعة $[AC]$

1) عين قيم العدد الحقيقي m بحيث تقبل الجملة المثقلة $\{(A,2m+3);(B,4);(C,m)\}$ النقطة G مرجحا لها.

2) نضع $m=-2$:

أ) أنشئ النقطة G .

بـ) عين المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=3$$

جـ) عين المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

التمرين الثاني(14 ن)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3-3x-3$

1) ادرس تغيرات الدالة .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2<\alpha<2{,}2$

3) استنتج إشارة $g(x)$

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=\frac{2x^3+x^2+2}{x^2-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1)احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\,;1\}$ فإن : $f'(x)=\frac{2x\,g(x)}{(x^2-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين الأعداد الحقيقية a ،b ، c و d حيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$:

$$f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{x^2-1}$$

5) بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة احدها مائلا يطلب تعيين معادلته.

6) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$

7) عين دون حساب $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

8) بين أن $f(\alpha)=3\alpha+1$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

9) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-2<\beta<-1$

10) ارسم المنحنى (C_f). (يعطى $f(\alpha)\approx 7{,}5$)

11) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$2x^3+x^2-mx^2+m=-2$$

III) h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\,;1\}$ بـ : $h(x)=\frac{2|x|x^2+x^2+2}{x^2-1}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1) بين h أن دالة زوجية.

2) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3)اشرح كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أرسمه.

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

التمرين 1

1) تعيين قيم العدد الحقيقي m بحيث تقبل الجملة المثقلة $\{(A, 2m+3); (B, 4); (C, m)\}$

النقطة G مرجحا لها.

$$m \in \mathbb{R} - \{-\frac{7}{3}\}$$

2) نضع $m = -2$: و منه G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -1); (B, 4); (C, -2)\}$

أ) إنشاء النقطة G حيث $\overrightarrow{AG} = 4\ \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}.$

بـ) تعيين المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = 3$$

(E_1) هي الدائر التي مركزها G نصف قطرها $r = 3$

جـ) تعيين المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|$$

(E_2) هي محور القطعة المستقيمة $[GI]$

التمرين 2

1) تغيرات الدالةg

- النهايات

$$\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty \qquad ; \lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty;$$

- حساب الدالة المشتقة

g دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و g' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$g'(x) = 3x^2 - 3$$

- استنتاج اتجاه تغير الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها.

- إشارة $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	

إذن الدالة g متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$

و متناقصة تماما على المجال $[-1;1]$

جدول تغيرات الدالة g:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

2) نبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2< \alpha < 2,2$

لدينا $g(2) = -1$; $g(2,2) = 1,048$

g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ فهي رتيبة تماما على المجال $[2;2,2]$

3) استنتاج إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

II)

1) نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty; \quad ; \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x) = +\infty; \quad \lim_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = -\infty \quad ;$$

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x) = -\infty; \quad \lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = +\infty$$

2) نبين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1 ; 1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{2x\, g(x)}{(x^2-1)^2}$

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty ; -1[$ و $]-1 ; 0]$ و $[\alpha ; +\infty[$

و متناقصة تماما على المجالين $[0; 1[$ و $]1 ; \alpha]$

4) تعيين الأعداد الحقيقية a، b، c و d حيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2x+3}{x^2-1}$$

$a=2 ; b=1 ; c=2 ; d=3$

5) (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة احدهما مائلا (Δ)

$x=1 ; x=-1 ; (\Delta): y = 2x + 1$

6) وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$

(C_f) يقع فوق (Δ) في المجالين و $]1 ; +\infty[$ و $]-\frac{3}{2} ; -1[$

(C_f) يقع تحت (Δ) في المجالين $]-\infty ; -\frac{3}{2}[$ $]-1; 1[$

$$(C_f) \cap (\Delta) = \{A\left(-\frac{3}{2}; -2\right)\}$$

7) $\lim_{h \to 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0$

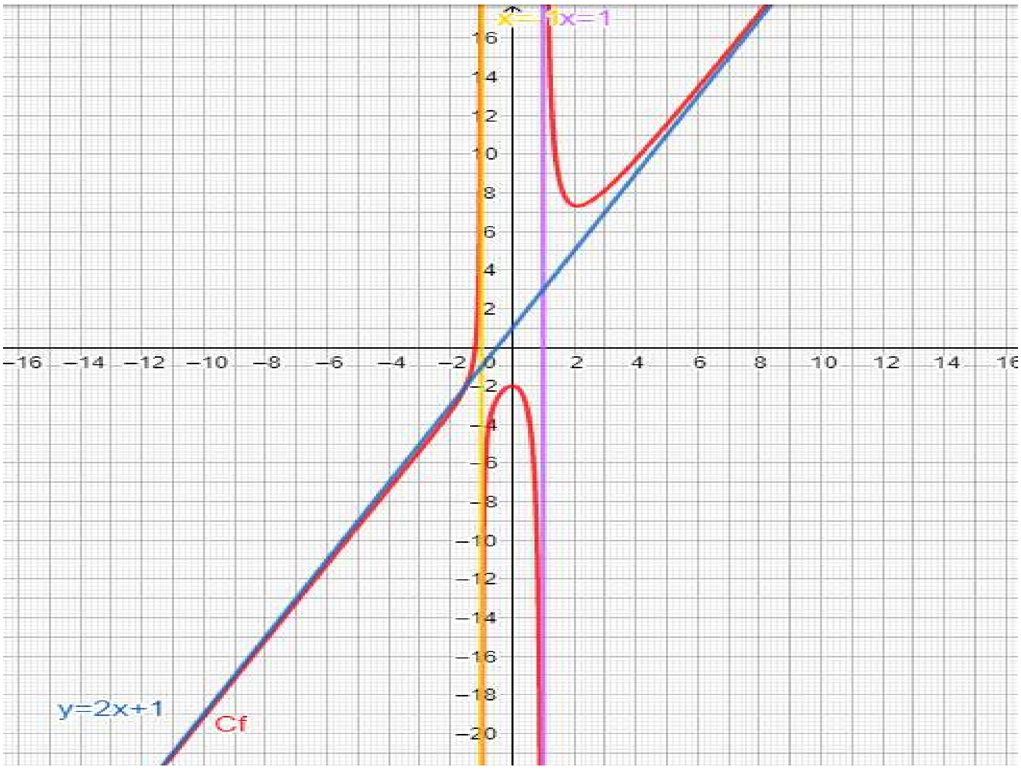
التفسير الهندسي : (C_f) يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة α

8) نبين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$

- حصر $f(\alpha)$: $7 < f(\alpha) < 7{,}6$

9) نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-2 < \beta < -1$

10) رسم (C_f) .



11) المناقشة بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$2x^3 + x^2 - mx^2 + m = -2$$

حلول المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y = m$

- لما $m \in]-\infty\ ;\ -2[$: المعادلة تقبل حلين سالبين و حل موجب
- لما $m = -2$: للمعادلة حل مضاعف معدوم و حل سالب
- لما $m \in]-2\ ;\ f(\alpha)[$: للمعادلة حل سالب
- لما $m = f(\alpha)$: للمعادلة حل سالب و حل اخر مضاعف هو α
- لما $m \in]\ f(\alpha);\ +\infty[$: للمعادلة حلين موجبين و حل سالب

III) 1) نبين h أن دالة زوجية.

من اجل كل x من $\mathbb{R}\ \{-1; 1\}$ فإن $(-x)$ من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$: نبين أن $h(-x)=h(x)$

2) كتابة $h\ (x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

$$\begin{cases} h(x) = \dfrac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1} & ; \quad x \in [0;1[\cup]1;+\infty[\\ h(x) = \dfrac{-2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1} & ; \quad x \in]-\infty;-1[\cup]-1;0] \end{cases}$$

2) كيفية إنشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f).

- لما $[0;1[\cup]1;+\infty[$: $x \in$ (C_h)ينطبق على (C_f).
- لما$]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ $x \in$: (C_h) نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى محور التراتيب لأن h دالة زوجية.

رسم (C_h)