

التمرين الأول (04 ن)

f و g دالتان معرفتان على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2$ و $g(x) = (x+1)^2$. من أجل كل عدد طبيعي n نرسم إلى A_n و B_n إلى النقطتين ذات الفاصلة n و تنتميان إلى (C_f) و (C_g) على الترتيب. نضع: $V_n = A_n B_n$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: V_n = 2n+1$
- (2) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- (3) احسب المجموع S بدلالة $n: S = A_0 B_0 + A_1 B_1 + \dots + A_n B_n$
- (4) استنتج الجداء p بدلالة $n: p = 2^{V_0} \times 2^{V_1} \times \dots \times 2^{V_n}$

التمرين الثاني (6 ن):

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ و من أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 2n + \frac{5}{3}$

- (1) احسب u_1 و u_2
- (2) (V_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $V_n = u_n + \alpha n + \beta$. α و β عدنان حقيقيان.
 - أ- اوجد α و β حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
 - ب- احسب الحد الأول V_0
 - ج- احسب V_n و u_n بدلالة n

(3) احسب المجموعين S و S' بدلالة n حيث:
 $S = V_0 + V_1 + \dots + V_n$
 $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(4) احسب الجداء p بدلالة $n: p = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$

التمرين الثالث (10 ن):

(1) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .
 (1) عين الأعداد الحقيقية a, b و c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$:

$$f(x) = ax + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$$

- (2) أ- احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.
- ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين إحداهما مائلا (Δ)
- ج- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
- (3) أ- بين أنه من أجل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x-1)^3}$ حيث: $g(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه.
- ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، ثم اكتب معادلته.
- (5) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)
- (6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$

(II) h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = \frac{|x^3 - 2x^2|}{(x-1)^2}$

- 1- اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
- 2- استنتج كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه بلون آخر.

تصحيح اختبار الفصل التفاضل فرع مادة الرياضيات

عناصر الإجابة

التمرين الأول:1- لدينا: $A_n(n+n^2)$ و $B_n(n,(n+1)^2)$

$$V_n = A_n B_n = \sqrt{(2n+1)^2} = |2n+1| \text{ منه } \overline{A_n B_n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2n+1 \end{pmatrix}$$

$$V_n = 2n+1$$

2- (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=2$ و حدها الأول $V_0=1$

$$S = V_0 + V_1 + \dots + V_n = \frac{n+1}{2} [2n+2] = (n+1)^2 \quad -3$$

$$P = 2^S = 2^{(n+1)^2} \quad -4$$

التمرين الثاني:

$$u_2 = \frac{-11}{9}, u_1 = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\beta = -23 \text{ و } \alpha = 6 \quad -1 (2)$$

$$V_0 = -20 \quad \text{ب-}$$

$$\text{ج- من اجل كل } n \text{ من } N: V_n = -20 \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$u_n = V_n - 6n + 23 = -20 \left(\frac{2}{3}\right)^n - 6n + 23$$

$$S' = 60 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1 \right] - (n+1)(3n-23), \quad S = 60 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1 \right] \quad (3)$$

$$p = (-20)^{n+1} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}} \quad (4)$$

التمرين الثالث (نقاط):

$$c = -1, b = -1, a = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad -1 (2)$$

$$\text{ب- } y = x \quad (\Delta)$$

$$\text{ج- } x \in]-\infty, 0[\text{ المنحنى } (C_f) \text{ يقع فوق المستقيم } (\Delta)$$

$$x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[\text{ المنحنى } (C_f) \text{ يقع تحت المستقيم } (\Delta)$$

$$(C_f) \cap (\Delta) = \{0, (0,0)\} : x = 0$$

$$\text{3- } g(x) = x^2 - 3x + 4 \quad -1$$

ب- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	-	+
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$

4) المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة (-1) معادلتها $y = x + \frac{1}{4}$

$$\begin{cases} h(x) = f(x); x \in [2, +\infty[\\ h(x) = -f(x); x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2] \end{cases} \quad -1 (11)$$

2- $x \in [2, +\infty[$ المنحنى (C_f) منطبق على المنحنى (C_f) $x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2]$ المنحنى (C_f) نظير الجزء غير المنطبق بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.