المادّة: رياضيات
المستوى: 2 ع ت

التّاريخ: 2023/03/09
المدّة: ساعتين ونصف

اختبار الفصل الثّاني

التّمرين الأوّل: (05 نقاط)

كيس يحتوي على ثلاث كرات حمراء مرقّمة بـ: $\frac{-\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{2\pi}{3}$. وكرتين خضراوين مرقّمتين بـ: 0 ، π.
نسحب عشوائيا كرتين على التوالي من الكيس مع إرجاع الكرة الأولى المسحوبة قبل سحب الثّانية.

I. مثل هذه التجربة بمخطط مناسب. ثم احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "سحب كرتين تحملان نفس الرقم". B : " سحب كرتين جداء رقميهما معدوم ".

C : "سحب كرتين إحداهما على الأقل تحمل رقما هو حل للمعادلة $\sin(\ ) = 0$".

II. ليكن α و β العددين الظّاهرين على الكرتين المسحوبتين، نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين، العدد $\cos(\alpha)\times\cos(\beta)$.

1. بين أن مجموعة القيم الممكنة لـ X هي: $\left\{-1;\frac{-1}{2};0;\frac{1}{4};\frac{1}{2};1\right\}$.

2. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم بين أن $E(X)=\frac{1}{100}$.

III. نضع الكرات الحمراء في كيس U_1، والكرات الخضراء في كيس آخر U_2، نسحب في آن واحد كرة من U_1 و كرة من U_2، ما هو احتمال سحب كرتين جداء رقميهما سالب تماما ؟

التّمرين الثّاني: (06 نقاط)

في معلم متعامد ومتجانس. نعتبر النقط $A(-2;0)$ ، $B(2;3)$ ، $C(1;m)$ و $D(\ 3;\ 4)$ ، m عدد حقيقي.
ولتكن النقطة G المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AD}$. ولتكن النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

1. بين أن النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(D,-1)\}$ ، احسب إحداثيات G و I.

2. عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|-2$.

3. عين قيم m في كل حالة من الحالات التالية:

أ) A ، B و C على استقامة واحدة.

ب) $ABCD$ متوازي أضلاع.

ج) ABC مثلث قائم في A.

د) ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A.

هـ) المجموعة (E_2) للنقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$ هي دائرة مركزها G ونصف قطرها 3.

4. أنشئ النقط A ، B ، D ، I و G. ثم أنشئ (E_1) و (E_2).

التّمرين الثّالث: (09 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+8}{2x+4}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .

2. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$.

3. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) معادلته $y=\dfrac{1}{2}x+1$.

4. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ).

5. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2+4x}{2(x+2)^2}$.

6. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

7. بين أن $(\quad_f)$ يقبل مماسين (T_1) و $(\quad_2)$ ميل كل منهما يساوي $\dfrac{-3}{2}$ ، يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

8. عين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى $(\quad_f)$.

9. ارسم (Δ)، $(\quad_1)$، $(\quad_2)$ و (C_f) .

10. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2+x(4-2n)+8-4\quad=0$.

11. عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تقبل المعادلة $f(x)=4\cos(\lambda)$ حلاّ مضاعفا.

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ECOLE PRIVÉE

من إعداد: الأستاذ بن مسعود

السنة الدراسية: 2022-2023	تصحيح اختبار الفصل الثاني	المادة: رياضيات
المستوى: 2 ع ت		الأستاذ: بن مسعود

التمرين الأول :

(I)

① \ ②	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	$(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3})$	$(-\frac{\pi}{2};0)$	$(-\frac{\pi}{2};\pi)$
$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{2};0)$	$(\frac{\pi}{2};\pi)$
$\frac{2\pi}{3}$	$(\frac{2\pi}{3};-\frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3})$	$(\frac{2\pi}{3};0)$	$(\frac{2\pi}{3};\pi)$
0	$(0;-\frac{\pi}{2})$	$(0;\frac{\pi}{2})$	$(0;\frac{2\pi}{3})$	$(0;0)$	$(0;\pi)$
π	$(\pi;-\frac{\pi}{2})$	$(\pi;\frac{\pi}{2})$	$(\pi;\frac{2\pi}{3})$	$(\pi;0)$	$(\pi;\pi)$

$P(C)=\frac{16}{25}$ ، $P(B)=\frac{9}{25}$ ؛ $P(A)=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$

(II) نلخص قيم المتغير العشوائي X في الجدول التالي :

α \ β	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{2\pi}{3}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	-1
π	0	0	$\frac{1}{2}$	-1	1

ومنه فإن $X\in\left\{-1,-\frac{1}{2},0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},1\right\}$

$P(X=\frac{1}{4})=\frac{1}{25}$ ، $P(X=0)=\frac{16}{25}$ ، $P(X=-\frac{1}{2})=\frac{2}{25}$ ، $P(X=-1)=\frac{2}{25}$

$P(X=1)=\frac{2}{25}$ ، $P(X=\frac{1}{2})=\frac{2}{25}$

x_i	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$

$E(X)=-1\times\frac{2}{25}-\frac{1}{2}\times\frac{2}{25}+0\times\frac{16}{25}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{25}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{25}+1\times\frac{2}{25}$

$E(X)=\frac{1}{100}$

(III)

U_2 \ U_1	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
0	0	0	0
π	$-\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{2\pi^2}{3}$

احتمال سحب كرتين بداخلهما نفس العدد هو $\frac{1}{6}$

التمرين الثاني :

(1) لدينا $\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{AD}=\vec{0}$ أي $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AD}$

ومنه $\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ نجد $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

إذن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(D,-1)\}$

$I(0;\frac{3}{2})$ $G(3;7)$

(2) $2\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$

$2MG=2MI$ أي

ومنه $MG=MI$

(3) (E_1) هي مستقيم محور القطعة $[GI]$

(4) $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\m\end{pmatrix}$

$9-4m=0$

$m=\frac{9}{4}$ نجد

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (ب

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}4\\m+4\end{pmatrix}$

$m+4=3$ نجد $m=-1$

(2) $BC^2=AB^2+AC^2$ أي $1+(m-3)^2=25+9+m^2$

$1-6m=25$ أي نجد $m=-4$

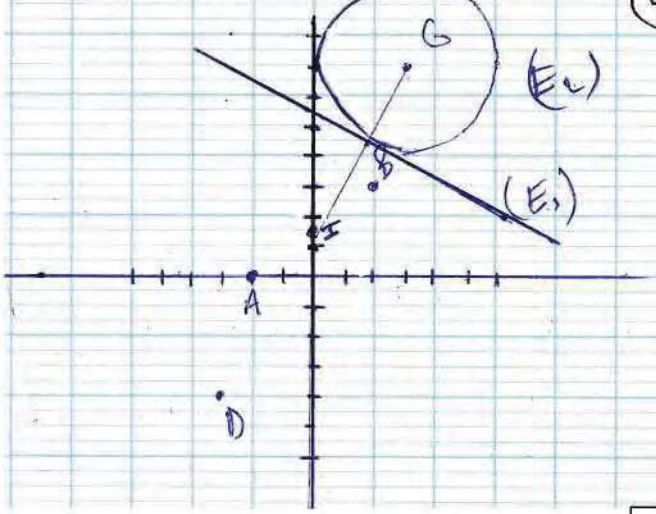
(3) $AB=AC$ أي $5=\sqrt{9+m^2}$

نجد $m^2=16$ أي $m=4$ أو $m=-4$

(4) لدينا $(E_2):MG=AC$ ؛ $(E_1):MG=3$

ومنه $AC=3$ أي $\sqrt{9+m^2}=3$

ونجد $9+m^2=9$ ومنه $m=0$



www.ecolerradja.com www.fb.com/ecolerradja

التمرين الثالث

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2} = +\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{2} = -\infty$

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to-2^+} f(x) = +\infty$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$

2) $f(x) = ax+b+\frac{2c}{2x+4}$

$$f(x) = \frac{2ax^2+4ax+2bx+4b+2c}{2x+4}$$

بالمطابقة نجد :

$$\begin{cases} 2a=1 \\ 4a+2b=4 \\ 4b+2c=8 \end{cases}$$

ومنه $a=\frac{1}{2}$ $\quad b=1$ $\quad c=2$

$$f(x) = \frac{1}{2}x+1+\frac{2}{x+2}$$

3) $\lim_{|x|\to+\infty} \left[f(x)-\left(\frac{1}{2}x+1\right)\right] = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{2}{x+2} = 0$

ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=\frac{1}{2}x+1$ بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

ب) $f(x)-\left(\frac{1}{2}x+1\right) = \frac{2}{x+2}$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	$\|\|$	$+$

على المجال $]-\infty,-2[$ المنحنى (C_f) يقع تحت (Δ).

على المجال $]-2,+\infty[$ المنحنى (C_f) يقع فوق (Δ).

4) f قابلة للاشتقاق على كل من $]-\infty,-2[$ و $]-2,+\infty[$ لأنها كسرية.

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+4x+4-4}{2(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{2(x+2)^2}$$

5) إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ $\|\|$ $-$	0	$+$

f متزايدة تماما على $[-\infty;-4]$ و $[0;+\infty[$، f متناقصة تماما على $[-4;-2[$ و $]-2;0]$

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ $\|\|$ $-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-2 ↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$ ↘	2 ↗	$+\infty$

6) (T_1) : $y=f'(-3)(x+3)+f(-3)$

(T_1) : $y=\frac{3}{2}(x+3)-\frac{5}{2}$

(T_1) : $y=\frac{3}{2}x-7$

(T_2) : $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

(T_2) : $y=-\frac{3}{2}(x+1)+\frac{5}{2}$

(T_2) : $y=-\frac{3}{2}x+1$

7) نبين أن النقطة $\Omega(-2;0)$ هي مركز تناظر (C_f).

$\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2}x+1 \end{cases}$

من أجل كل $x\in D_f$ أي $x\neq-2$ ، $-x\neq2$

أي $-4-x\neq-2$ فإن $(-4-x)\in D_f$

نبين أن $f(-4-x)+f(x)=0$

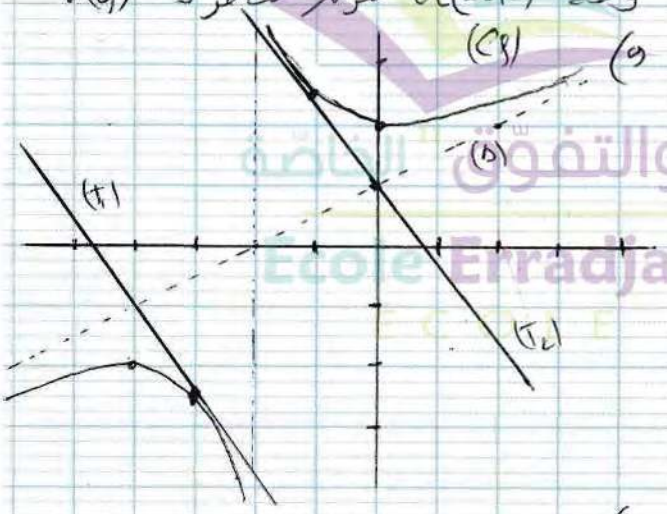
$$f(-4-x)+f(x) = \frac{1}{2}(-4-x)+1+\frac{2}{-4-x+2}+\frac{1}{2}x+1+\frac{2}{x+2}$$

$$= -2-\frac{1}{2}x+1+\frac{2}{-x-2}+\frac{1}{2}x+1+\frac{2}{x+2}$$

$$= 0$$ (محققة)

ومنه $\Omega(-2;0)$ مركز تناظر لـ (C_f).

8) (C_f)



9) $x^2+x(4-2m)+8-4m=0$

$x^2+4x+8=2mx-4m$

$f(x)=m$

مناقشة بيانية حسب قيم الوسيط m

من أجل $m\in]-\infty,-2[$ للمعادلة حلان

من أجل $m=-2$ للمعادلة حل مضاعف $x=2$

من أجل $m\in]-2,2[$ للمعادلة لا حل

من أجل $m\in]2,+\infty[$ للمعادلة حلان متمايزان

10) $\begin{cases} 4\cos\alpha=2 \\ 4\cos\alpha=-2 \end{cases}$ ومنه $\alpha=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ، $\alpha=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

$\alpha=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ، $\alpha=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ $\quad k\in\mathbb{Z}$

www.ecolerradja.com www.fb.com/ecolerradja