الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض
المستـــــــوى:2. ع. ت

ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة
التاريـــــــخ: 2023/03/06

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات — المدة: 2 ساعة

التمرين الأول:(06ن)

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية

1. أنشئ النقط E ، F و G حيث: E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، F معرفة كمايلي:
$\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ و G منتصف القطعة $[AB]$
2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$
3. لتكن النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$
   - بين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة
4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$
5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

التمرين الثاني(06ن) :

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء مرقمة كمايلي 0، 1، 1 وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1، 2، 2 وكرتين سوداوين مرقمتان 2، 0 كل الكريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس.

نسحب بصفة عشوائية كرتين على التوالي **دون إرجاع.**

1. شكل شجرة الاحتمالات:
   أ- باعتبار اللون ب- باعتبار الرقم.
2. أحسب احتمال الأحداث التـالية:
   A: "سحب كرتين من نفس اللون" B: "ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط"
   C:"ظهور الرقم 2" D : الكرية المسحوبة ثانيا حمراء"
3. أحسب $P(A\cap B)$ ثـم استنتج $P(\overline{A\cup B})$.
4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية للسحب مجموع الأرقام المسحوبة.
   أ- عين قيم المتغير العشوائي X .
   ب- عين قانون احتمال المتغير العشوائي ثم أحسب أمله الرياضياتي.
5. أحسب $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)$

التمرين الثالث (08ن):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g\left(x\right)=x^{3}+3x+4$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف.
2. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أحسب $g\left(-1\right)$، ثم استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{-x^{3}+2}{x^{2}+1}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$.

2. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'\left(x\right)=\dfrac{-xg\left(x\right)}{\left(x^{2}+1\right)^{2}}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=-x+\dfrac{x+2}{x^{2}+1}$.

ب- أثبت أن $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا $\left(\Delta\right)$ يطلب تعيين معادلته.

ج- أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

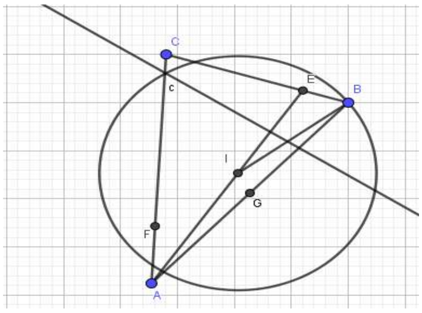
4. بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مماسين موازيين للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

5. أكتب معادلة المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6. أرسم المماس $\left(T\right)$ والمنحنى $\left(C_f\right)$.

7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f\left(x\right)=m$.

مع تمنيات أستاذتي المادة لكم بالتوفيق

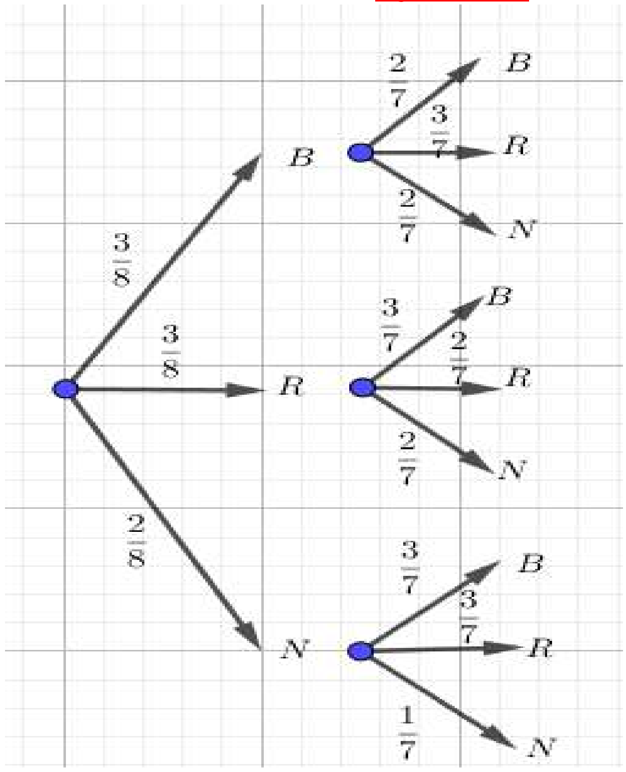
الاجـــــابة	العلامة
التمرين الأول:	
1. انشاء النقط E ، F و G - $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ - G منتصف $[AB]$ - $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$	0.25:G 0.5:E 0.25:F ن0.5:I
	
2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$	
لدينا: $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ ومنه : $4\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ ومنه: $\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{AF}=\vec{0}$ ومنه: $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FC}-4\overrightarrow{AF}=\vec{0}$ ومنه: $3\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$ إذا: F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(C,1)\}$	ن0.25 ن0.75+
3. تبيين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة	
لدينا I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$ و E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$	
إذا حسب خاصية التجميع: I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(E,4)\}$ ومنه: $\overrightarrow{AI}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AE}$ الشعاعان $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}$ مرتبطان خطيا وعليه النقط A ، I و E على استقامة واحدة	ن0.5 ن0.5
4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\Vert 3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\Vert=7\left\Vert\vec{MI}-\vec{MB}\right\Vert$	
لدينا: $\left\Vert 3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\Vert=7\left\Vert\vec{MI}-\vec{MB}\right\Vert$ ومنه: $\left\Vert 7\vec{MI}\right\Vert=7\left\Vert\vec{MI}-\vec{MI}-\vec{IB}\right\Vert$ ومنه: $MI=IB$ إذا مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها IB	ن0.75 ن0.5 للإنشاء
5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\Vert 3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\Vert=\frac{7}{4}\left\Vert 3\vec{MB}+\vec{MC}\right\Vert$	
لدينا: $\left\Vert 3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\Vert=\frac{7}{4}\left\Vert 3\vec{MB}+\vec{MC}\right\Vert$ **ومنه:** $\left\Vert 7\vec{MI}\right\Vert=\frac{7}{4}\left\Vert 4\vec{ME}\right\Vert$ **ومنه:** $7MI=7ME$ ومنه: $MI=ME$ إذا مجموعة النقط M هي محور القطعة المستقيمة $[IE]$	ن0.75 ن0.5+ للإنشاء

التمرين الثاني:

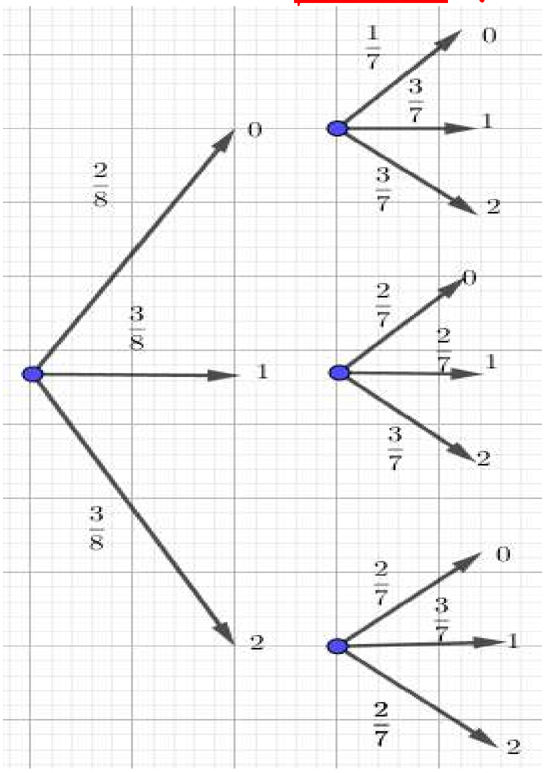
1. شجرة الاحتمالات:

ن0.5 × 2

أ- باعتبار اللون



ب- باعتبار الرقم



2. حساب احتمال الأحداث التـالية:

2×0.5

$P(A)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{14}{56}$ ، $P(B)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{30}{56}$

2×0.5

$P(C)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{36}{56}$ ، $P(D)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{21}{56}$

3. حساب $P(A\cap B)$ ثـم استنتاج $P(\overline{A\cup B})$.

$A\cap B$: "سحب كرتين من نفس اللون وظهور الرقم 1 مرة واحدة"

ن0.5

$A\cap B=\{B_0B_1;B_1B_0;R_1R_2;R_2R_1\}$ ، $P(A\cap B)=\frac{1}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\times\frac{1}{8}=\frac{8}{56}$

لدينا: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ومنه: $P(A\cup B)=\frac{14}{56}+\frac{30}{56}-\frac{8}{56}=\frac{36}{56}$

ن0.5

و لدينا: $P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$ ومنه: $P(\overline{A\cup B})=1-\frac{36}{56}=\frac{20}{56}$

4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية للسحب مجموع الأرقام المسحوبة.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X.

ن0.25

$X=\{0;1;2;3;4\}$

ت- تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي وحساب أمله الرياضياتي.

ن0.25
4 ×

$P(X=0)=\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{2}{56}$ ، $P(X=1)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{12}{56}$ ،

$P(X=2)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{18}{56}$ ، $P(X=3)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{18}{56}$ ،

$P(X=4)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{6}{56}$ إذا:

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$

ن0.25

$$E(X)=0\times\frac{2}{56}+1\times\frac{12}{56}+2\times\frac{18}{56}+3\times\frac{18}{56}+4\times\frac{6}{56}=\frac{126}{56}$$

5. أحسب $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)$

لدينا: $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0$ تكافئ: و $\begin{cases}x^3-3x^2+2x=0\\x^2-1\neq 0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x(x^2-3x+2)=0\\x\neq 1; x\neq -1\end{cases}$

ن0.25

ومنه: $x=0$ أو $x^2-3x+2=0$ ومنه: $\Delta=1$ وعليه: $x_0=0$ ، $x_1=1$ مرفوض، $x_2=2$

ن0.25

إذا: $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)=P(X=0)+P(X=2)=\frac{2}{56}+\frac{18}{56}=\frac{20}{56}$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$

1. حساب نهايات الدالة g:

ن0.25×
2

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

2. دراسة تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

+0.25
0.25

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $g'(x)=3x^2+3\succ 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

0.25

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0.25

3. حساب $g(-1)$، ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

$g(-1)=(-1)^3+3(-1)+4=0$

0.25

من جدول التغيرات نجد:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

- الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=\dfrac{-x^3+2}{x^2+1}$

2×0.25

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}-x=-\infty \quad ، \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^3}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}-x=+\infty$$

2. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{-xg(x)}{\left(x^2+1\right)^2}$.

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

ن0.25

$$f'(x)=\frac{-3x^2\left(x^2+1\right)-2x\left(-x^3+2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-3x^4-3x^2+2x^4-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$$

ن0.25

ومنه: $$f'(x)=\frac{-x^4-3x^2-4x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-x\left(x^3+3x+4\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-xg(x)}{\left(x^2+1\right)^2}$$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها :

لدينا: إشارة $f'(x)$ من إشارة $-xg(x)$ ومنه:

ن0.5

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ن0.25

إذا: الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[0;+\infty[$ ومتزايدة على المجال $[-1;0]$

جدول تغيرات الدالة f :

ن0.25

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$3/2$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

ن0.25

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=-x+\dfrac{x+2}{x^2+1}$.

$$-x+\frac{x+2}{x^2+1}=\frac{-x\left(x^2+1\right)+x+2}{x^2+1}=\frac{-x^3-x+x+2}{x^2+1}=\frac{-x^3+2}{x^2+1}=f(x)$$

ب- أثبت أن $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ن0.5

لدينا: $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{x+2}{x^2+1}=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{x}{x^2}=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$

ومنه المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$

ث- أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ).

دراسة إشارة الفرق: $f(x)-y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$

إشارة الفرق $f(x)-y$ من إشارة البسط ومنه:

0.5ن

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)-y$		-	0	+	
الوضع النسبي		$\left(C_f\right)$ تحت (Δ)	تقاطع	$\left(C_f\right)$ فوق (Δ)	

4. بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ).

0.25ن

$f'(x)=-1$ تكافئ: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{\left(x^2+1\right)^2}=-1$ ومنه : $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{\left(x^2+1\right)^2}+1=0$

0.25ن

ومنه: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x+x^4+2x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}=0$ ومنه: $\dfrac{-x^2-4x+1}{\left(x^2+1\right)^2}=0$ تكافئ: $-x^2-4x+1=0$

0.25ن

ومنه: $\Delta=20$ إذا: $x_1=\sqrt{5}-2$ ، $x_2=-2-\sqrt{5}$

ومنه: $\left(C_f\right)$ يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) عند النقطتين ذات الفاصلتين $x_1=\sqrt{5}-2$ و $x_2=-2-\sqrt{5}$ على الترتيب.

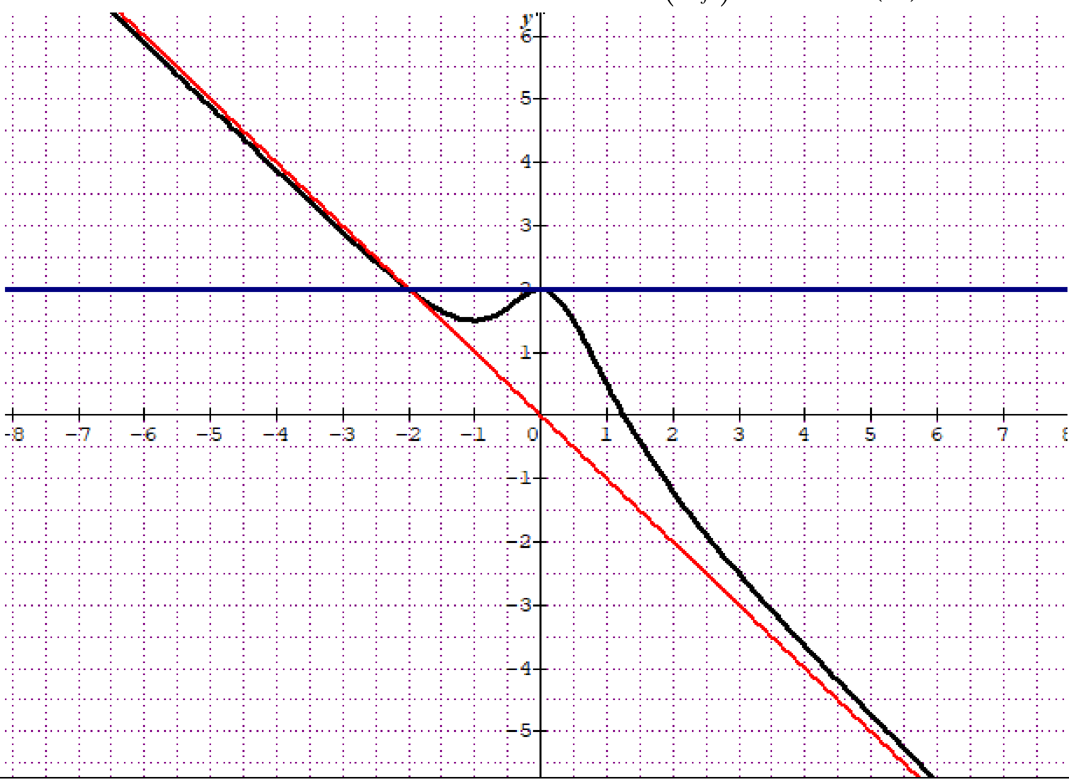
0.5ن

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ومنه: $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه: $y=2$

6. رسم المماس (T) والمنحنى $\left(C_f\right)$.

0.25
+0.25
+0.5



0.75ن

.7 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي: $y=m$ معادلة له.

$m\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$: المعادلة تقبل حلا واحدا موجبا ، $m=\frac{3}{2}$: المعادلة تقبل حل موجب وحل سالب

$m\in\left]\frac{3}{2};2\right[$: المعادلة تقبل حلين سالب و حل موجب ،

$m=2$: المعادلة تقبل حل معدوم وحل سالب

$m\in\left]2;+\infty\right[$ المعادلة تقبل حل واحد سالب.