

نموذج اختبار الفصل الثاني (السنة 2- علوم + تقني) مرفق بالتصحيح النموذجي

التهرين الاول: (05 نقاط)

| العبارة | الاقتراحات | الإقتراح (1) | الإقتراح (2) | الإقتراح (3) |
|--|--|--|--|--------------|
| إذا كان $\frac{1439\pi}{4}$ قيس لزاوية فإن قيسها الرئيسي هو : | $-\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | |
| إذا كان : $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{12}$, فإن $(-2\vec{u}, -\vec{v})$ يساوي : | $-\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{13\pi}{12}$ | |
| الكتابة المبسطة لـ : | $A(x) = \cos(x) + \cos(\pi+x) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$ هي | $A(x) = \cos x$ | $A(x) = \sin x$ | $A(x) = 0$ |
| $\cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8} = \dots\dots\dots$ | 0 | $\sin \frac{\pi}{8}$ | $\cos \frac{\pi}{8}$ | |
| حلول المعادلة : $1 - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ في المجال $[0; 2\pi]$ هي : | $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ | $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ | $\left\{\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right\}$ | |

التهرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، لنكن النقط A, B, C, D إحداثياتها على الترتيب $(3; 3)$ ، $(-1; -1)$ ، $(-2; -3)$ و $(3; -3)$.

(1) عين إحداثيتي النقطة E بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع .

(2) عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 2); (B, 1); (C, 1); (D, 1); (E, 1)\}$

(3) ليكن L مركز متوازي أضلاع $BCDE$. برهن أن النقط A, G, L في استقامة.

(4) أ) بين أن : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GD} = \vec{0}$

ب) ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABD ؟

(5) لنكن I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DE]$. برهن أن G مركز ثقل المثلث AIJ .

التهرين الثالث: (04 نقاط)

$ABCD$ متوازي أضلاع . نعتبر h التحاكي الذي مركزه I ويحول B إلى D .

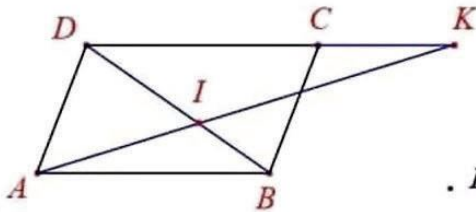
(1) لماذا المستقيم (DC) هو صورة (AB) بالتحاكي h ؟

(2) استنتج أن $h(A) = K$.

(3) عين صورة المستقيم (BC) بالتحاكي h . واستنتج أن $h(C) = A$.

(4) نسمي k نسبة التحاكي h .

استنتج من الأسئلة السابقة أن : $\vec{IA} = k\vec{IJ}$ و $\vec{IK} = k\vec{JA}$ ثم استنتج أن : $IA^2 = IJ \times IK$.



التهرين اربع: (06 نقاط)

لنكن f هي الدالة العددية المعرفة على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

| | | | | | | | | |
|---------|-----------|---------------|-----|---------------|------------|-----------|------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | + | 0 | -- | -- | 0 | + | | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | \nearrow | 1 | \searrow | $-\infty$ | $+\infty$ | | |
| | | | | $+\infty$ | \searrow | 3 | \nearrow | $+\infty$ |

تكتب $f(x)$ على الشكل $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية.

1. احسب $f'(x)$.

2. اعتمادا على جدول التغيرات الدالة :

أ- عين الأعداد الحقيقية a ، b و c .

ب- عين $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج- قارن بين صورتَي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بدلالة الدالة f معللا إجابتك.

3. نأخذ: $a=1$ ، $b=1$ ، $c=\frac{1}{4}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ- بين أنه عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته: $y = x + 1$.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج- أثبت أن النقطة $\omega(1; 2)$ هي مركز تناظر المنحنى (C) .

د- عين نقطة تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

التصحيح النموذجي المقترح

تمرين 1:

إختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير :

(1) إذا كان $\frac{1439\pi}{4}$ قياس لزاوية فإن قياسها الرئيسي هو : $-\frac{\pi}{4}$. التبرير : $\frac{1439\pi}{4} = \frac{1440\pi - \pi}{4} = 360\pi - \frac{\pi}{4} = 180 \times 2\pi - \frac{\pi}{4}$

(2) إذا كان : $(\bar{u}, \bar{v}) = \frac{\pi}{12}$, فإن $(-2\bar{u}, -\bar{v})$ تساوي : $\frac{\pi}{12}$. التبرير : $(-2\bar{u}, -\bar{v}) = (2\bar{u}, \bar{v}) = (\bar{u}, \bar{v}) = \frac{\pi}{12}$

(3) الكتابة المبسطة لـ $A(x) = 0$ هي : $A(x) = \cos(x) + \cos(\pi + x) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

التبرير :

$$\begin{aligned} A(x) &= \cos(x) + \cos(\pi + x) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \cos(x) - \cos(x) - \sin(x) + \cos\left(x + \pi + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\sin(x) - \sin(x + \pi) = -\sin(x) - (-\sin(x)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

(4) الإختيار الأول .

التبرير :

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8} &= \cos \frac{\pi}{8} + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) \\ &= \cos \frac{\pi}{8} + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - \cos \frac{\pi}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

(5) حلول المعادلة : $1 - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ في المجال $[0; 2\pi]$ هي : $\left\{\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$.

التبرير : $1 - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ تكافئ $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ تكافئ $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ تكافئ

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$$

و منه حلول المعادلة : $1 - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ في المجال $[0; 2\pi]$ هي : $\left\{\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$.

تمرين 2:

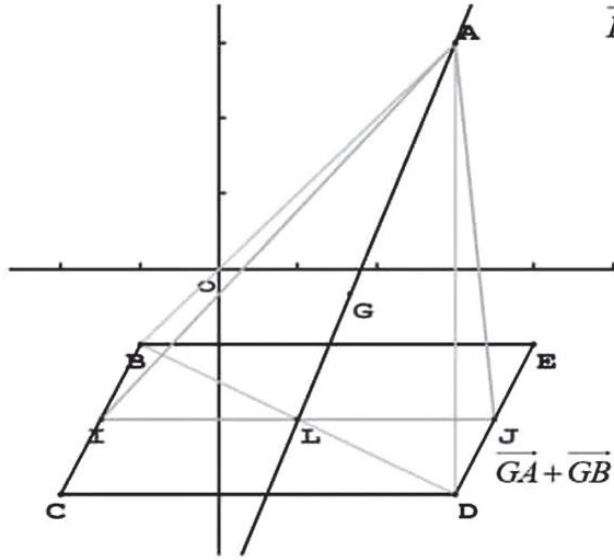
(1) $BCDE$ متوازي أضلاع معناه $\overline{BC} = \overline{ED}$ أي $E(4, -1)$

(2) $G\left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

(3) لدينا : $L = \{(B,1)(C,1)(D,1)(E,1)\}$

$-1-3-3-1$ ، $-1-2+3+4$ ،

و منه : $L(1, -2)$ يمكن أخذ L منتصف $[BD]$ أو $[CE]$



$$\overline{LA} = 3\overline{LG} \text{ ومنه } \overline{LG} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ أي } \overline{LG} \begin{pmatrix} \frac{5}{3}-1 \\ -\frac{1}{3}+2 \end{pmatrix} ; \overline{LA} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ أي } \overline{LA} \begin{pmatrix} 3-1 \\ 3+2 \end{pmatrix}$$

(1) استعمل خواص الجمع الشعاعي في الهندسة التحليلية

$$\overline{GB} \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ أي } \overline{GB} \begin{pmatrix} -1-\frac{5}{3} \\ -1+\frac{1}{3} \end{pmatrix} ; \overline{GA} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ أي } \overline{GA} \begin{pmatrix} 3-\frac{5}{3} \\ 3+\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GD} = \vec{0} \text{ أي } \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GD} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ومنه } \overline{GC} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ أي } \overline{GC} \begin{pmatrix} 3-\frac{5}{3} \\ -3+\frac{1}{3} \end{pmatrix} ;$$

(ب) G هو مركز ثقل المثلث ABD

$$G = \{(A,2)\{(B,1)(C,1)\}\{(D,1)(E,1)\}\} \text{ نكتب (5)}$$

$$.G = \{(A,2)(I,2)(J,2)\} = \{(A,1)(I,1)(J,1)\}$$

تمرين 3:

1) صورة (AB) بالتحاكي h هي المستقيم الذي يشمل صورة B بالتحاكي h و يوازي (AB) أي المستقيم الذي يشمل D

و يوازي (AB) أي المستقيم (DC) .

(2) لدينا: $\frac{IK}{IA} = \frac{ID}{IB} = k$ حيث k نسبة التحاكي h .

$$\text{ومنه } h(A) = K \text{ أي } \overline{IK} = k\overline{IA}$$

(3) صورة المستقيم (BC) بالتحاكي h هي المستقيم الذي يوازي (BC) ويشمل صورة B بالتحاكي h أي المستقيم الذي

يوازي (BC) ويشمل D . إذن صورة المستقيم (BC) هي المستقيم (AD) .

$$\text{بما أن } h(B) = D \text{ و } h((BC)) = (AD) \text{ فإن } h(C) = A$$

تمرين 4:

1. احسب $f'(x)$:

f دالة قابلة للاشتقاق على حيث:

$$f'(x) = a - \frac{c}{(x-1)^2} \cdot f'(x) = a - \frac{c}{(x+1)^2}$$

2. أ- ايجاد a ، b و c :

باستعمال جدول التغيرات دالة f :

$$\begin{cases} a - 4c = 0 \\ \frac{1}{2}a + b - 2c = 1 \\ \frac{1}{2}a + b + 2c = 3 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} f'\left(\frac{1}{2}\right) = f'\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \\ f\left(\frac{3}{2}\right) = 3 \end{cases}$$

وبالتالي: $a = 1$ ، $b = 1$ و $c = \frac{1}{4}$.

ب- حساب

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

ومنه: نستنتج أن المستقيم ذوالمعادلة: $x = 1$ مقارب ل (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ يوازي محور النراتيب.

ج- المقارنة:

$$\text{لدينا: } f\left(\frac{1}{2}\right) > f\left(\frac{3}{4}\right) \text{ لأن: } \frac{1}{2} < \frac{3}{4} \text{ و } f \text{ متناقصة على } \left] \frac{1}{2}; 1 \right[.$$

3. أ- المستقيم المقارب المائل:

$$\begin{aligned} \text{لدينا: } \lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) - y &= \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left[x + 1 + \frac{1}{4(x+1)} - (x+1) \right] \\ &= \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{4(x+1)} \right] = 0 \end{aligned}$$

وبالتالي: عندما يؤول x الى $+\infty$ أو $-\infty$ فان المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته: $y = x + 1$.

ب- الوضعية:

$$\text{لدينا: } f(x) - y = \frac{1}{4(x+1)}$$

| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
|------------|-----------|--------------------|--------------------|
| $f(x) - y$ | | -- | + |
| الوضعية | | (C) تحت (Δ) | (C) فوق (Δ) |

ج- أثبت أن النقطة $\omega(1; 2)$ هي مركز تناظر المنحنى (C) .

طريقة سحب المحاور.

$$y = f(x) \text{ لدينا: } \begin{cases} x = X+1 \\ y = Y+2 \end{cases} \text{ نضع:}$$

$$Y+2 = f(X+1) \text{ ومنه:}$$

$$Y = f(X-1)+2 = X + \frac{1}{4X} \text{ أي:}$$

$$\text{بوضع: } g(X) = X + \frac{1}{4X} \text{ نجد دالة فردية}$$

$$\text{لأن: } g(-X) = -g(X)$$

و بالتالي : النقطة $\omega(1; 2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

د-تعيين نقطة تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

$$f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \text{ و } f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0. \text{ } f(0) = \frac{3}{4}$$

بالتوفيق

