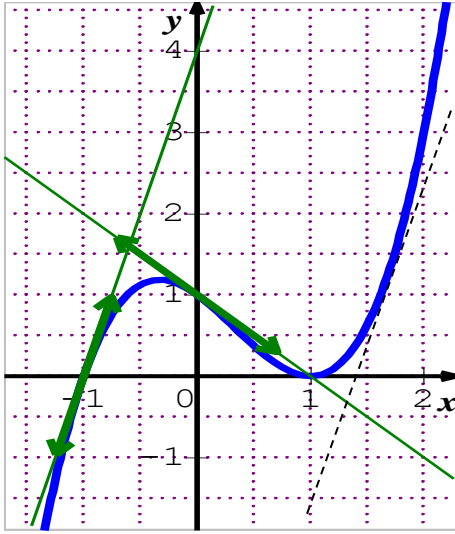




## اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

محمد خميستي

التمرين الأول 7 :



في الشكل المقابل ،  $C_f$  هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس لدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $R$  ؛ والمماسان لـ  $C_f$  عند نقطتيه  $A$  و  $B$  ، فاصلتيهما  $-1$  و  $0$  .

(1) بقراءة بيانية ، عيّن القيم  $f(-1)$  ،  $f(0)$  ،  $f(1)$

(2) ،  $f'(-1)$  ،  $f'(0)$  و  $f'(1)$  .

(3) حل بيانيا ، في المجال  $[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}]$  :

(أ) المعادلة  $f(x) = 0$  . (ب) المعادلة  $f'(x) = -1$  .

(ج) المتراجحة  $f'(x) \geq 0$  (د) المتراجحة  $f'(x) \geq 4$  .

4 . شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  موضحا فيه إشارة المشتقة .

5 . أدرس إشارة  $f(x)$  .

6 .  $g$  و  $h$  دوال معرفة بـ :  $h(x) = |f(x)|$  ،  $g(x) = f(|x|)$

اشرح كيف نستنتج المنحنيين  $(C_h)$  و  $(C_g)$  انطلاقا من المنحني  $(C_f)$  ثم أنشئهما .

### التمرين الثاني 7 ن :

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة  $f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$  حيث  $a$  ،  $b$  عدنان حقيقيان

الجزء الاول : عين العدنان  $a$  ،  $b$  علماً أن  $(C_f)$  يقبل في النقطة  $A(1; -3)$  مماساً معامل توجيهه يساوي  $-1$  .

الجزء الثاني : نضع  $a = -6$  ،  $b = 1$  .

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  .

(2) عين حصر للدالة  $f$  على المجال  $[0; 1]$

(3) عين القيم الحدية المحلية للدالة  $f$  (تدور النتائج الى  $10^{-2}$ )

(4) أكتب معادلة المماس للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$  .

(5) عين المستقيمات المقاربة لـ  $(C_f)$  ثم أرسم  $(C_f)$

(6)  $g$  دالة معرفة على  $R$  بـ :  $g(x) = f(-|x|)$  تحقق ان  $g$  زوجية

اشرح كيف نستنتج المنحن  $C_g$  انطلاقا من المنحني  $(C_f)$  ثم أنشئه .

(7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $f(x) = m + 1$

### التمرين الثالث 6 ن :

نعتبر الدالة كثير حدود  $P$  حيث :  $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 2x - 1$  .

1 . أحسب  $P(1)$  ،  $P(-1)$  ما اذا تستنتج ؟

2 . عيّن الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  ،  $c$  :  $P(x) = (x^2 - 1)(ax^2 + bx + c)$

3 . حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$  ، ثم المتراجحة  $P(x) < 0$  .

التمرين الثالث :  
الجزء الاول :

تعيين العددين  $a, b$  علماً أن  $(C_f)$  يقبل في النقطة  $A(1; -3)$  مماسا معامل توجيهه يساوي  $-1$  لدينا

$$f(1) = -3 \text{ يعني ان } \frac{-1+a+b}{2} = -3 \text{ أي ان (1) } a+b = -5 \dots\dots\dots$$

$$f'(1) = -1 \text{ و لدينا } f'(x) = \frac{(-2x+a)(x^2+1) - 2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2} \text{ و منه}$$

$$f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2} \text{ بالتعويض نجد } \frac{-a + (-2-2b) + a}{4} = -1 \text{ و منه } -2-2b = -4 \text{ أي ان}$$

$$b = 1 \text{ بالتعويض في (1) نجد أن } a = -6$$

الجزء الثاني :

(1) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$  : مما سبق لدينا  $f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2}$  بالتعويض نجد

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 4x - 6}{(x^2+1)^2} \text{ اشارتها من اشارة البسط } 6x^2 - 4x - 6 \text{ نحسب المميز } \Delta = 160 \text{ و منه لـ } 6x^2 - 4x - 6$$

$$f' \text{ و } \left[ \frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right] \text{ و } \left[ -\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و منه } f' \text{ موجبة على المجالين } \begin{cases} x' = \frac{4+4\sqrt{10}}{12} = \frac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x'' = \frac{4-4\sqrt{10}}{12} = \frac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases} \text{ جذرين هما}$$

$$\left[ \frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right] \text{ سالبة على المجال}$$

$$\left[ \frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right] \text{ و } \left[ -\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و منه } f \text{ متزايدة على هذين المجالين}$$

$$\left[ \frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و } f \text{ متناقصة على هذا المجال}$$

(2) تعيين حصر للدالة  $f$  على المجال  $[0;1]$  الدالة  $f$  متناقصة تماما على هذا المجال و منه  $f(1) \leq f(x) \leq f(0)$  أي ان  $-3 \leq f(x) \leq 1$

(3) تعيين القيم الحدية المحلية للدالة  $f$  هي  $f\left(\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right) = 3.16$  قيمة حدية محلية كبرى و  $f\left(\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right) = -3.16$  قيمة

حدية محلية صغرى .

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي  $y = f'(0)x + f(0)$  بما ان  $f'(0) = 6$ ,  $f(0) = 1$  فإن

$$y = 6x + 1$$

التمرين الرابع ( 4 نقاط )

بعد عملية الطي و القص نحصل على علبة ارتفاعها هو  $x$  عرضها هو  $10 - 2x$  و طولها هو  $16 - 2x$  إذن بما انها أطوال يعني ان  $x$  ينتمي للمجال  $[0; 5]$  و حجم العلبة

$$v(x) = x(10 - 2x)(16 - 2x) \text{ هو}$$

$$v(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x \text{ و منه } v(x) = x(160 - 52x + 4x^2) \text{ أي ان}$$

ندرس تغيرات الدالة  $v$  على المجال  $[0; 5]$

$$v'(x) = 12x^2 - 104x + 160$$

نحسب المميز  $\Delta = 3136$  لـ  $v'(x)$  جذرين هما

$$\begin{cases} x' = \frac{104 + 56}{24} = \frac{160}{24} = \frac{20}{3} \\ x'' = \frac{104 - 56}{24} = 2 \end{cases}$$

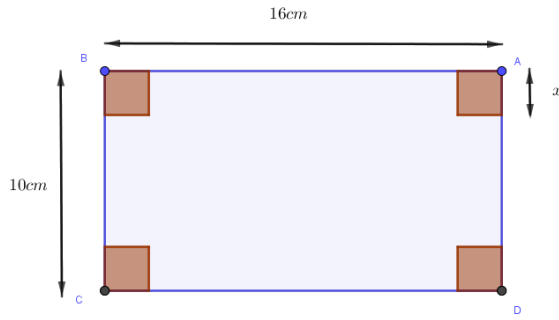
الاول  $\frac{20}{3}$  خارج مجموعة التعريف و

الثاني 2 داخلها مقبول

و منه الدالة  $v$  متزايدة على المجال  $[0; 2]$  و متناقصة على

المجال  $[2; 5]$  أي ان  $v(2) = 144 \text{ cm}^3$  قيمة حدية كبرى القيمة

المطلوبة هي  $x = 2$



$x$	0	2	5
$v'(x)$		+	0
$v(x)$	0	144	0