الموسم الدراسي :41-1442 هـ/ 20 -2021 م

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

للسنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

أستاذ المادة:مزروح يوسف المدة :02ساعة التاريخ : 2021/02/24

التمرين الأول:06نقاط

يحتوي كيس على n كرية منها 5 بيضاء والباقي حمراء ($n > 5$)

نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة.

نعتبر الحوادث التالية:

A : سحب كرية بيضاء ثم كرية حمراء

B : سحب كريتين مختلفتين في اللون

C : سحب كريتين حمراوان

1- بين أن: $P(A) = \dfrac{5(n-5)}{n^2 - n}$

2- أحسب $P(B)$ ثم $P(C)$

3- أوجد قيمة العدد الطبيعي n الذي من أجله يكون ل $P(A)$ قيمة حدية عظمى

التمرين الثاني:04نقاط

لتكن النقط $A(1,2)$ ، $B(3,-4)$ و $C(m,1)$ حيث $m \in \mathbb{R}$

1- أوجد قيم m التي من أجلها تشكل النقط A, B, C مثلثا

2- في هذا الجزء نفرض $m = 2$

ولتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,2);(B,1);(C,3)\}$

ولتكن النقطة D مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,1);(B,2);(C,3)\}$

أ- أوجد إحداثيات النقط G و D

ب- عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق:

$$\| 4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC} \| = \| 2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC} \|$$

ت- عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق:

$$\| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \| \le \| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \|$$

التمرين الثالث:10 نقاط

لتكن الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = mx^2 - (m+1)x - 3$ حيث $m \in \mathbb{R}$

وليكن (C_m) تمثيلها البياني .

الجزء الأول:

1- عين قيم m التي من أجلها يكون :

أ- المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين

ب- المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حل وحيد

2- برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجزء الثاني:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$

1- برهن أن : $g'(x) = f_3(x)$

2- احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

3- أدرس تغيرات الدالة g ثم أعط جدول تغيراتها.

4- (Δ) مستقيم معادلته $y = ax + 2021$ حيث $a \in \mathbb{R}$

أ- أوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (T) وحيد موازي ل (Δ)

ب- أوجد معادلة المماس (T) .

ت- أرسم في معلم متعامد ومتجانس كلا من (C_g) و (T) .

الموسم الدراسي :41-1442 هـ/ 20-2021 م

التصحيح النموذجي لإختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

للسنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

أستاذ المادة:مزروح يوسف　　　المدة :02ساعة　　　التاريخ : 2021/02/25

التمرين	التصحيح النموذجي	العلامة	مجزأة
الأول	1- في الأول نسحب كرية بيضاء إحتمالها هو: $\frac{5}{n}$ ثم نسحب كرية حمراء مع العلم ان السحب بدون إرجاع إذن $\frac{n-5}{n-1}$ نجد أن: $P(A)=\frac{5}{n}\times\frac{n-5}{n-1}=\frac{5(n-5)}{n^2-n}$	06	01
	2- بنفس الطريقة نجد : $P(B)=\frac{5}{n}\times\frac{n-5}{n-1}+\frac{n-5}{n}\times\frac{5}{n-1}=\frac{10(n-5)}{n^2-n}$		01
	$P(C)=\frac{n-5}{n}\times\frac{n-6}{n-1}=\frac{n^2-11n+30}{n^2-n}$		01
	3- ندرس الدالة المرفقة $f(x)=\frac{5(x-5)}{x^2-x}$ في المجال الموجب فقط نجد أن:		0.5
	$f'(x)=\frac{-5x^2+50x-25}{(x^2-x)^2}$		0.5
	جدول التغيرات : $\begin{array}{c\|ccccccc} x & 0 & & 5-2\sqrt{5} & & 5+2\sqrt{5} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \searrow & & \nearrow & & \searrow & \end{array}$		01
	بما أن : $n>5$ إذن من جدول التغيرات نجد أن: $9<n<10$ بعد التعويض نجد أن: $p(9)=p(10)$ إذن توجد قيمتان حديتان ل $p(A)$ من أجل $n=9$ و $n=10$		0.5+0.5
الثاني	1- لدينا: $\overrightarrow{AB}(2,-6)$ و $\overrightarrow{AC}(m-1,-1)$ حتى يكون ABC مثلثا يجب ان يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا : أي $-2\neq-6(m-1)$ نجد $m\neq\frac{4}{3}$ ومنه قيم m هي $m\in R-\{\frac{4}{3}\}$	04	0.5
	-2		0.5
	أ- $X_G=\frac{2+3+6}{6}=\frac{11}{6}$ و $Y_G=\frac{4-4+3}{6}=\frac{1}{2}$ أي $G(\frac{11}{6},\frac{1}{2})$		0.5

$D(\frac{13}{6},-\frac{1}{2})$ أي $Y_D=\frac{2-8+3}{6}=\frac{-1}{2}$ و $X_D=\frac{1+6+6}{6}=\frac{13}{6}$

ب- مجموعة النقط:

$\|4\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+6\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}+6\overrightarrow{MC}\|$ 01

تكافئ: $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|$

بإدخال المرجحين G و D نجد:

$\|6\overrightarrow{MG}\|=\|6\overrightarrow{MD}\|$ أي أن: $MG=MD$ ومنه مجموعة النقط M هي 0.5

محور القطعة المستقيمة $[GD]$

ت- مجموعة النقط: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|\leq\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$

تكافئ: $\|6\overrightarrow{MD}\|\leq\|-\overrightarrow{AB}\|$ 0.5

أي ان: $MD\leq\frac{AB}{6}$ ومنه مجموعة النقط M هي مساحة الدائرة التي مركزها 0.5

D ونصف قطرها $r=\frac{AB}{6}=\frac{\sqrt{10}}{3}cm$

الثالث 10

__الجزء الأول:__

-1

أ- قيم m : المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يعني :

$f_m(x)=0$ تقبل حلين مختلفين مختلفين مع $m\neq 0$ 0.5

بعد حساب المميز نجد: $\Delta=(m+1)^2+12m=m^2+14m+1$

جدول إشارة Δ: 0.5

m	$-\infty$		$-7-4\sqrt{3}$		$-7+4\sqrt{3}$		$+\infty$
Δ		+	0	-	0	+	

من الجدول نجد انه من اجل يقطع المنحنى (C_m) محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يجب

ان يكون $\Delta>0$ أي من اجل $m\in]-\infty,-7-4\sqrt{3}[\cup]-7+4\sqrt{3},+\infty[$ 0.25

وبما أن : $m\neq 0$ إذن: $m\in]-\infty,-7-4\sqrt{3}[\cup]-7+4\sqrt{3},0[\cup]0,+\infty[$ 0.25

ب- المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل وحيد

تكافئ إما : $m=0$ أو $\Delta=0$ 2*0.25

مما سبق الحلول هي : $m=\{-7-4\sqrt{3},-7+4\sqrt{3},0\}$ 0.5

-2 جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين : 0.25

بمعنى من أجل كل $(m_1,m_2)\in\mathbb{R}$ بحيث $m_1\neq m_2$ نجد : $f_{m_1}(x)=f_{m_2}(x)$

إذن : $m_1x^2-(m_1+1)x-3=m_2x^2-(m_2+1)x-3$ 0.25

أي: $x^2(m_1-m_2)-x(m_1-m_2)=0$

نجد: $(m_1-m_2)x(x-1)=0$

2*0.125
2*0.125

بما أن $m_1 \neq m_2$ إذن إما : $x=0$ او $x=1$

إذن النقطتين هما : $A(0,-3)$ و $B(1,-4)$

<u>الجزء الثاني:</u>

01

1- لدينا : $g(x)=x^3-2x^2-3x+5$

$g'(x)=3x^2-4x-3= f_3(x)$

0.5
0.5

2- حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{5}{x^3})=-\infty$

بنفس الطريقة نجد : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{5}{x^3})=+\infty$

3- دراسة تغيرات g : لدينا $g'(x)=3x^2-4x-3$

0.5

جدول التغيرات:

0.5

x	$-\infty$		$\frac{2-\sqrt{13}}{3}$		$\frac{2+\sqrt{13}}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(\frac{2-\sqrt{13}}{3})$	↘	$g(\frac{2-\sqrt{13}}{3})$	↗	$+\infty$

-4

أ- قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (T) وحيد موازي ل (Δ) :

0.5

أي أنه يوجد $x_0 \in D_g$ وحيد ويحقق: $g'(x_0)=a$

بعد التعويض نجد : $3{x_0}^2-4x_0-3-a=0$

0.5

حتى تقبل حل وحيد يجب ان يكون: $\Delta=0$

لدينا: $\Delta=4^2-4(3)(-3-a)$

ومنه: $16+4(3)(3+a)=0$

0.5

بعد الحساب نجد قيمة a : $a=-\frac{13}{3}$

ب- إيجاد معادلة المماس (T) من أجل $a=-\frac{13}{3}$

0.5

مما سبق $\Delta=0$ ومنه : $x_0=\frac{-b'}{2a'}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

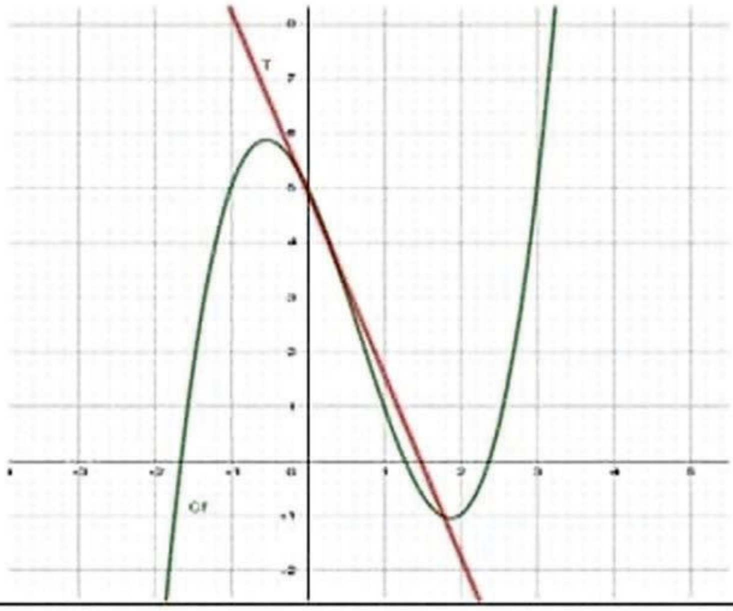
0.5

معادلة المماس هي: $y'=g'(\frac{2}{3})(x-\frac{2}{3})+g(\frac{2}{3})$

0.5

بعد الحساب نجد: $(T): y'=-\frac{13}{3}x+\frac{143}{27}$

ت- التمثيل البياني:

0.5 0.5			

4- معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$:

0.5

$y = f'(\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$ بعد الحساب والتبسيط نجد:

0.5

$$y = -\frac{11}{2}x + 1$$

<u>الجزء الثالث:</u>

1- كتابة h على الشكل: $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث c, b, a أعداد حقيقية

لدينا :

$$h(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x-1}$$

0.25

$$h(x) = \frac{(x-1)(2x-3) - 2}{x-1}$$

$$h(x) = 2x - 3 - \frac{2}{x-1}$$

0.75

ومنه : $(a, b, c) = (2, -3, -2)$

2- حساب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة تعريفها وتفسير النتيجة هندسيا

0.25

$$\lim_{x \to -\infty} h(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = -\infty$$

0.25

$$\lim_{x \to +\infty} h(x) = \lim_{x \to +\infty} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = +\infty$$

0.25

$$\lim_{\substack{< \\ x \to 1}} h(x) = \lim_{\substack{< \\ x \to 1}} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = +\infty$$

0.25

$$\lim_{\substack{> \\ x \to 1}} h(x) = \lim_{\substack{> \\ x \to 1}} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = -\infty$$

0.25

التفسير : وجود مستقيم مقارب ل (C_h) يوازي محور التراتيب معادلته $x = 1$

3- تبيين أن (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

لدينا:

0.25

$$\lim_{x \to -\infty} [h(x) - y] = \lim_{x \to -\infty} (-\frac{2}{x-1}) = 0$$

0.25

$$\lim_{x \to +\infty} [h(x) - y] = \lim_{x \to +\infty} (-\frac{2}{x-1}) = 0$$

0.25

ومنه (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$