التمرين الأول: (5 ن)

1/ أحسب كلا من a ، b ، c و d حيث: $a = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$ ، $b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}$ ، $c = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4}$ ، $d = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}$.

2/ حل في R المعادلة والمتراجحة التاليتين: $2x^2 + 3x - 9 = 0 \ldots (1)$ ، $2x^2 + 3x - 9 \geq 0 \ldots (2)$.

التمرين الثاني: (5 ن)

(C) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$ في المستوي المنسوب إلى معلم .

1/ أحسب باستخدام التعريف العدد $f'(1)$ مشتق الدالة f عند 1 .

2/ أثبت أن المستقيم $(\Delta): x = -2$ محور تناظر لـ (C).

3/ نعتبر الدالة $g : x \longmapsto f(x-2)$.

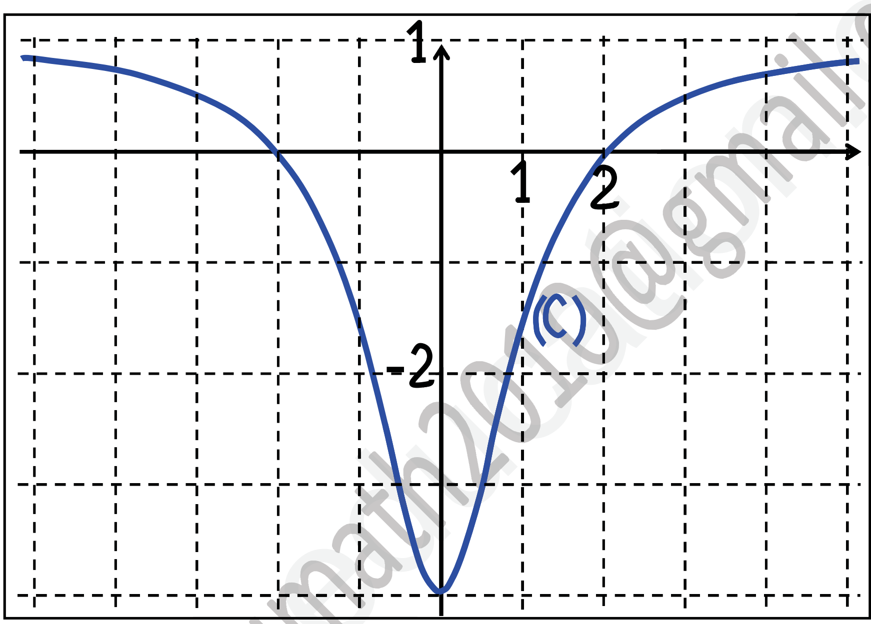
أ) أكتب عبارة g بدون الرمز f .

ب) أثبت أن g زوجية.

4/ أرسم (C_g) ثم استنتج رسم (C).

التمرين الثالث: (5 ن)

f دالة معرفة وتقبل الاشتقاق على R، ممثلة بيانيا بالمنحنى (C) في الشكل المعطى.



1/ جد صورتي 0 و 1 بواسطة هذه الدالة .

2/ ما هي سوابق 2– ؟

3/ لخِّصْ في جدول إشارة $f(x)$ على R.

4/ أنشئ جدول تغيرات f (أذكر فيه أيضا إشارة المشتقة f')

5/ إحدى العبارتين فيما يلي هي $f(x)$، حدِّدْها: $\frac{x^2-4}{x^2+1}$ ، $x^2 - 4$.

6/ أرسم التمثيل البياني للدالة $g : x \longmapsto |f(x)|$.

التمرين الرابع: (5 ن)

كيس به ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ 1، 2، 3، وكريتان بيضاوان مرقمتان بـ 1، 2؛ نسحب منه بصفة عشوائية دفعة واحدة كريتين.

1/ أكتب المجموعة الكلية Ω لهذه التجربة، حيث تكون الإمكانيات متساوية الحظوظ.

2/ أحسب إحتمال أن يظهر في السحب:

أ- اللونان معا.

ب- رقم واحد على الأقل زوجي.

ج- الرقمان معا فرديين.

3/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمين المسحوبين.

أ- عَرِّفْ قانون الاحتمال للمتغير X في جدول.

ب- إستنتج p(X=3).

ج- أحسب أمل X.

التمرين الأول: (5 ن)

1/ حساب a، b، c، d:

$a = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6+1}{4}$ أي $\boxed{a = \frac{7}{4}}$،

و $b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4}$ أي $\boxed{b = \frac{5}{4}}$،

و $c = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3\times1}{2\times4}$ أي $\boxed{c = \frac{3}{8}}$،

و $d = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{3\times4}{2\times1} = \frac{12}{2}$ أي $\boxed{d = 6}$

2/ حل (1) ... $2x^2 + 3x - 9 = 0$:

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(2)(-9) = 81$ لـ(1) حلان في R هما x_1 و x_2 حيث: $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-9}{4}$ و $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+9}{4}$

ومنه $\boxed{\text{حلاها هما } -3 \text{ و } \frac{3}{2}}$.

حل (2) ... $2x^2 + 3x - 9 \geq 0$:

x	$-\infty$		-3		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x^2 + 3x - 9$		+	0	–	0	+	

مجموعة حلول (2) في R هي $\boxed{]-\infty,-3]\cup[\frac{3}{2},+\infty[}$.

التمرين الثاني: (5 ن) f معرفة على R بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$

1/ حساب $f'(1)$: نجد $\boxed{f'(1) = 6}$ لأن:

$$f'(1) = \lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to0}\frac{[(1+h)^2+4(1+h)+1]-6}{h}$$
$$= \lim_{h\to0}\frac{1+h^2+2h+4+4h+1-6}{h} = \lim_{h\to0}\frac{h^2+6h}{h} = \lim_{h\to0}(h+6)$$

2/ المستقيم $(\Delta): x = -2$ محور تناظر لـ (C): f معرفة على R،

نضع $x_0 = -2$، ونجد:

$$f(2x_0 - x) = f(-4 - x) = (-4 - x)^2+4(-4 - x) + 1$$
$$= 16 + 8x + x^2 - 16 - 4x + 1 = f(x)$$

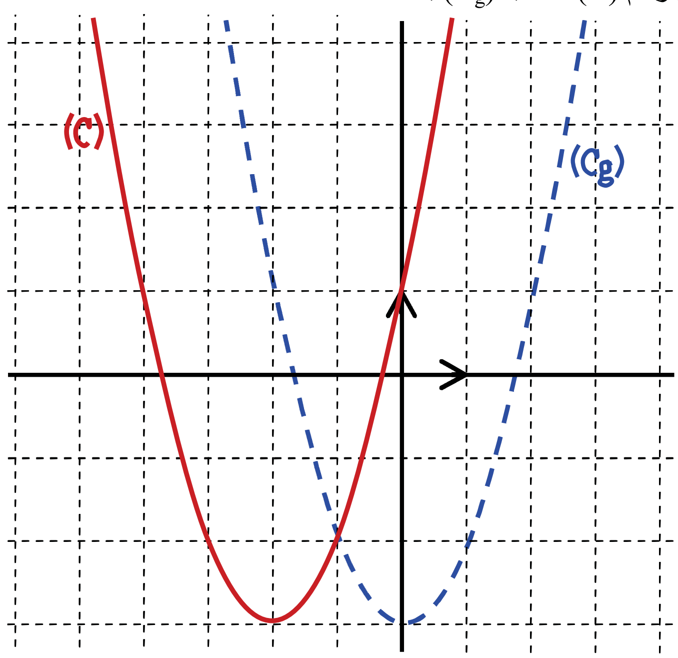
نعم المستقيم $(\Delta): x = -2$ محور تناظر لـ (C)

3/ $g : x \mapsto f(x-2)$. أ) عبارة g بدون الرمز f:

$g(x) = f(x-2) = (x-2)^2+4(x-2) + 1 = x^2 - 4x + 4 + 4x - 8 + 1$ أي: $\boxed{g(x) = x^2 - 3}$

ب) أثبت أن g زوجية. g معرفة على R، ونجد: $g(-x) = (-x)^2 - 3 = x^2 - 3$ أي: $\boxed{g(x) = g(-x)}$ ومنه g زوجية.

4/ رسم (C_g) ثم (C): لرسم (C_g) نسحب تمثيل الدالة مربع بـ $-3\vec{j}$، ولرسم (C) نسحب (C_g) بـ $-2\vec{i}$.



التمرين الثالث: (5 ن)

1/ صورتا 0 و1: $\boxed{f(0) = -4}$، $\boxed{f(1) = -1,5}$

2/ سوابق 2 –: سابقتان: $\boxed{0,8 \text{ و } -0,8}$

3/ إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		2		2		$+\infty$
$f(x)$		+	0	–	0	+	

4/ جدول تغيرات f:

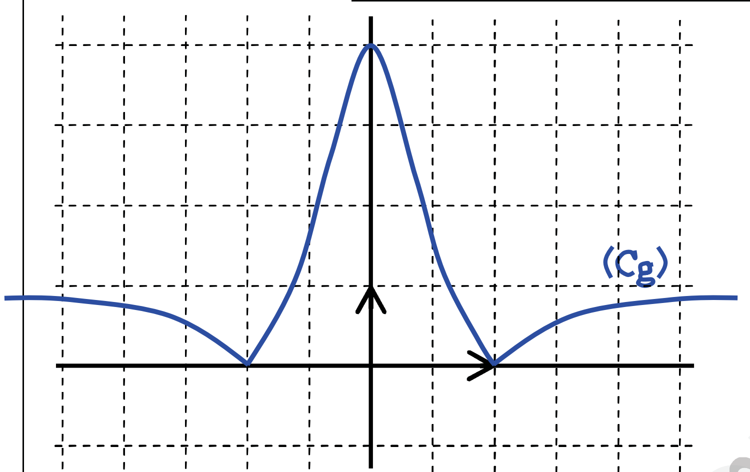
x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		–	0	+	
f		↘	-4	↗	

5/ عبارة f:

$\boxed{f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+1}}$

يتضح ذلك من أجل $x = 1$ مثلا

6/ رسم تمثيل الدالة $g : x \mapsto |f(x)|$:



التمرين الرابع: (5 ن) 3 كريات خضراء مرقمة 1، 2، 3، و2 بيضاوان مرقمة 1، 2؛ نسحب دفعة واحدة كريتين.

1/ المجموعة Ω: نرمز للأخضر بـ V وللأبيض بـ B ، الكريات: $V_1V_2V_3B_1B_2$ و:

$\boxed{\Omega=\{V_1V_2,V_1V_3,V_1B_1,V_1B_2,V_2V_3,V_2B_1,V_2B_2,V_3B_1,V_3B_2,B_1B_2\}}$

2/ أ- إحتمال ظهور اللونين معا:

$p(\{V_1B_1,V_1B_3,V_2B_1,V_2B_2,V_3B_1,V_3B_2\})= \frac{6}{10}$ أي $\boxed{(VB) = \frac{3}{5}}$

ب- إحتمال ظهور رقم على الأقل زوجي:

$p(\{V_1V_2,V_2V_3,V_2B_1,V_2B_2,V_3B_2,B_1B_2\}) = \frac{6}{10}$

أي $\boxed{p\text{ (أحد الرقمين على الأقل زوجي) } = \frac{3}{5}}$.

ج- إحتمال ظهور الرقمين فرديين معا:

$p(\{V_1V_3,V_1B_1,V_1B_3,V_3B_1\}) = \frac{4}{10}$ أي $\boxed{p\text{ (الرقمان فرديان) } = \frac{2}{5}}$

((طريقة أخرى:

p(الرقمان فرديان) = 1 – p(أحد الرقمين على الأقل زوجي) = $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$))

3/ X يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمين المسحوبين.

أ- تعريف قانون احتمال X:

x_i	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

ب- إستنتاج $p(X=3)$: $p(X=3) = \frac{4}{10}$ أي: $\boxed{p(X=3) = \frac{2}{5}}$

ج- حساب أمل X: $\boxed{E(X) = 3,6}$ لأن:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} p_i x_i = 2\frac{1}{10} + 3\frac{4}{10} + 4\frac{3}{10} + 5\frac{2}{10} = \frac{36}{10}$$

انتهى عن الأستاذ د.هـ نورالدين ـيمي