الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية المسيلة

ثانوية: طويري محمد — المستوى: ثانية آداب وفلسفة 1

2020 - 2021 — **الفرض الأول للفصل الثاني في الرياضيات** — المدة: 40 د

تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (09 نقاط)

الجزء I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + 6$.

1. احسب النهاية التالية: $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$
2. ادرس قابلية إشتقاق الدالة f عند العدد 2، ثم استنتج قيمة $f'(2)$ (العدد المشتق للدالة f عند 2).

الجزء II) عين الدالة المشتقة f' للدالة f على مجموعة تعريفها في كل حالة من الحالات الآتية:

1. $D_f = \mathbb{R}$ ؛ $f(x) = x^2 + 3x + 6$
2. $D_f = \mathbb{R}$ ؛ $f(x) = (2x - 3)(x^2 - 1)$
3. $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ ؛ $f(x) = \dfrac{2x + 5}{3x - 6}$
4. $D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$ ؛ $f(x) = \dfrac{1}{3x + 9}$

التمرين الثاني: (11 نقطة)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + 4x + 3$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب لى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب النسبة: $\dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$ حيث: h عدد حقيقي غير معدوم.
2. استنتج أن الدالة f تقبل الإشتقاق عند 1 ثم عين $f'(1)$.
3. اكتب معادلة الماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
4. احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها. (f' الدالة المشتقة للدالة f).
5. ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

حكمة: إقطع شجرة القلق بفأس الإستعداد والتوكل

الأستاذ: فراحتية المحفوظ

تصحيح الفرض الأول للفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (09 نقاط)

الجزء I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + 6$.

① حساب النهاية $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$: (1 نقطة)

لدينا الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ وبالتالي f معرفة عند 0 ومنه: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) = 3(0) + 6 = 6$

② دراسة قابلية إشتقاق الدالة f عند العدد 2: (1.5 نقطة)

لدينا:
$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{3(2+h)+6-(3(2)+6)}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{6+3h+6-(6+6)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{12+3h-12}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{3h}{h} = 3$$

• استنتاج قيمة $f'(2)$: (0.5 نقطة)

لدينا: $f'(2) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = 3$.

الجزء II) تعيين الدالة المشتقة f' للدالة f على مجموعة تعريفها في كل حالة من الحالات الآتية: (6 نقطة)

① لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد: $f'(x) = 2x + 3$

② لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد:
$$f'(x) = (2x-3)' \times (x^2-1) + (x^2-1)' \times (2x-3) = 2(x^2-1) + 2x(2x-3)$$
$$= 2x^2 - 2 + 4x^2 - 6x = 6x^2 - 6x - 2$$

③ لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ نجد:
$$f'(x) = \frac{(2x+5)' \times (3x-6) - (3x-6)' \times (2x+5)}{(3x-6)^2} = \frac{2(3x-6) - 3(2x+5)}{(3x-6)^2}$$
$$= \frac{6x - 12 - 6x - 15}{(3x-6)^2} = \frac{-27}{(3x-6)^2}$$

④ لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R} - \{-3\}$، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ نجد:
$$f'(x) = -\frac{(3x+9)'}{(3x+9)^2} = -\frac{3}{(3x+9)^2}$$

التمرين الثاني: (11 نقطة)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + 4x + 3$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب لى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① حساب النسبة: $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ (1 نقطة)

لدينا: $\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{(1+h)^2+4(1+h)+3-((1)^2+4(1)+3}{h}$

$= \frac{1+h^2+2h+4+4h)+3-8}{h} = \frac{h^2+6h+8-8}{h} = \frac{h^2+6h}{h} = h+6$

- استنتاج أن الدالة f تقبل الإشتقاق عند 1 و تعيين $f'(1)$: (1 نقطة)

لدينا $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim\limits_{h\to0} h+6 = 6$

ومنه الدالة f تقبل الإشتقاق عند 1 ولدينا: $f'(1) = 6$

② كتابة معادلة الماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1: (2 نقطة)

لدينا معادلة المماس (T) هي: $y = f'(1)(x-1)+f(1)$

ولدينا: $f'(1) = 6$ و $f(1) = (1)^2+4(1)+3 = 8$

ومنه: $y = 6(x-1)+8 = 6x-6+8 = 6x+2$ أي $(T) : y = 6x+2$

③ حساب $f'(x)$: (1 نقطة)

لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد: $f'(x) = 2x+4$.

- دراسة اشارة $f'(x)$: (2 نقطة)

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 0$ معناه $2x+4 = 0$ معناه $x = -\frac{4}{2} = -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

④ دراسة اتجاه تغير الدالة f: (2 نقطة)

من جدول إشارة $f'(x)$ نستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2]$ ومتزايدة تماما على المجال $[-2;+\infty[$.

- جدول تغيرات الدالة f: (2 نقطة)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

حكمة: إقطع شجرة القلق بفأس الإستعداد والتوكل

الأستاذ: فراحتية المحفوظ