الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة	**الثانوية: الحرّية**
المادة: رياضيات	**المستوى: ثانية ثانوي**
الشعبة: الرياضيات — **الفرض الأول للفصل الثاني**	**المعامل: 7**
الفرض التجريبي الثاني — **اللقب وَالإسم:**	**المدة: 1 ساعة**

التمرين الأول (4ن):

A، B وَ C ثلاث نقط ليست على إستقامة واحدة.

ليكن G_α مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;2\alpha);(B;\alpha+1);(C;\alpha+3)\}$ ، حيث: α عدد حقيقي.

1) عيّني قيمة α وَالتي من أجلها تكون النقطة G_α موجودة وَوحيدة. **(1ن).**

2) عيّني قيمة α حتى يكون الشعاع $\vec{u}$ ثابتًا،

حيث: $\vec{u}=2\alpha\overrightarrow{MA}+(\alpha+1)\overrightarrow{MB}+(\alpha+3)\overrightarrow{MC}$. **(1ن).**

3) نفرض أنّ $\alpha\neq -1$:

أ- عيّني إحداثيتي النقطة G_α في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$. **(1ن).**

ب- ما هو المحل الهندسي للنقط G_α لما α يمسح $\mathbb{R}-\{-1\}$؟ **(1ن).**

التمرين الثاني (8ن):

$ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$ ، لتكن I، J منتصفا $[AB]$ وَ $[DC]$ على الترتيب.

1) بيّني أنّ: $2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}$ مستقل عن M. **(1.5ن).**

2) أ- بسطي العبارة: $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}$ بإستعمال مرجح الجملة:

$\{(A;2);(B;2);(C;2);(D;2)\}$. **(2ن).**

ب- عيّني (Γ) مجموعة النقط M بحيث: **(2ن).**

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}\right\|$$

جـ - بيّني أنّ I وَ J تنتميان إلى (Γ). **(1.5ن).**

د- أنشئي (Γ). **(1ن).**

التمرين الثالث (8ن): (**الجزء I) وَالجزءII) مستقلان**)

I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد وَمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

نعتبر النقطتين $A(0;5)$، $B(3;2)$ وَ G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;1);(B;2)\}$.

1) علّمي النقط A وَ B. **(0.5ن+0.5ن).**

2) أحسبي إحداثيتي النقطة G ثُمّ أنشئيها. **(1ن+1ن+0.5ن).**

3) عيّني (Δ) مجموعة النقط M ثُمّ أنشئيها بحيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=6$. **(2.5ن).**

II) لتكن النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ، بيّني أنّ: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ ، حيث: A' منتصف الضلع $[BC]$. **(2ن).**

ملاحظات هامة جداً:

1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب وَالكتابة تكون إما بالأزرق أَوْ الأسود كما يُمنع الكتابة بقلم الرصاص.

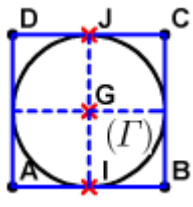
2) لا تكتبي وَلا تُلطخي هذه الورقة لأنّكِ ستُرجعيها مع ورقة الإجابة.

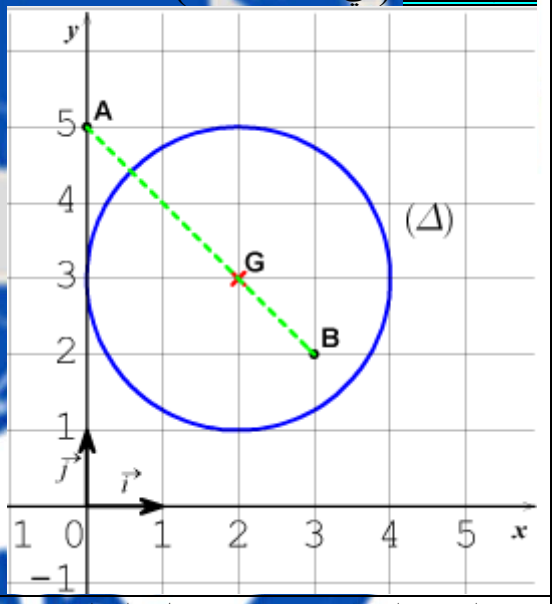
3) يُمنع إستعمال الآلة الحاسبة ذات الشاشة التي يزيد عرضها عن $2cm$.

بالتوفيق ـــــــــــ الثلاثاء 23 يناير 2024 ـــــــــــ الأستاذة زعتر آمال

بالتوفيق ـــــــــــ الثلاثاء 27 يناير 2026 ـــــــــــ الأستاذة زعتر آمال

الإجابة النموذجية	العلامة
التمرين الأول: A، B وَ C ثلاث نقط ليست على إستقامة واحدة. ليكن G_α مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;2\alpha);(B;\alpha+1);(C;\alpha+3)\}$ ، حيث: α عدد حقيقي.	**(4ن)**
1) تعيين قيمة α وَالتي من أجلها تكون النقطة G_α موجودة وَوحيدة: (G_α النقطة موجودة وَوحيدة) إذا وَفقط إذا كان $(2\alpha+\alpha+1+\alpha+3\neq 0)$. وَمنه: $4\alpha+4\neq 0$ ، أي: $\alpha\neq -\frac{4}{4}$ ، وَمنه: $\alpha\neq -1$. إذن: $\alpha\in\mathbb{R}-\{-1\}$.	0.5 0.25 0.25
2) تعيين قيمة α حتى يكون الشعاع $\vec{u}$ ثابتًا، **حيث: $\vec{u}=2\alpha\overrightarrow{MA}+(\alpha+1)\overrightarrow{MB}+(\alpha+3)\overrightarrow{MC}$:** لدينا: حسب العلاقة الشعاعية لـ "لايبنتز" " *La Fonction vectorielle de Leibniz* ": $\vec{u}=2\alpha\overrightarrow{MA}+(\alpha+1)\overrightarrow{MB}+(\alpha+3)\overrightarrow{MC}=(2\alpha+\alpha+1+\alpha+3)\overrightarrow{MG}$ يكون الشعاع $\vec{u}$ ثابتًا إذا وَفقط إذا كان غير متعلق بالنقطة M، وَهذا يُكافئ أنّ: $4\alpha+4=0$ ، أي: $\alpha=-1$. إذن: من أجل $\alpha=-1$ يكون الشعاع $\vec{u}$ ثابتًا.	0.25 0.25 0.5
3) نفرض أنّ $\alpha\neq -1$: **أ- تعيين إحداثيتي النقطة G_α في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$:** بما أنّ G_α مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;2\alpha);(B;\alpha+1);(C;\alpha+3)\}$، فإنّ: G_α يُحقّق: $2\alpha\overrightarrow{AG_\alpha}+(\alpha+1)\overrightarrow{BG_\alpha}+(\alpha+3)\overrightarrow{CG_\alpha}=\vec{0}$، وَحسب علاقة "شال" " la relation de Chasles "، فإنّ: $2\alpha\overrightarrow{AG_\alpha}+(\alpha+1)(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG_\alpha})+(\alpha+3)(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AG_\alpha})=\vec{0}$. وَمنه: $2\alpha\overrightarrow{AG_\alpha}+(\alpha+1)\overrightarrow{BA}+(\alpha+1)\overrightarrow{AG_\alpha}+(\alpha+3)\overrightarrow{CA}+(\alpha+3)\overrightarrow{AG_\alpha}=\vec{0}$،أي: $(4\alpha+4)\overrightarrow{AG_\alpha}+(\alpha+1)\overrightarrow{BA}+(\alpha+3)\overrightarrow{CA}=\vec{0}$ ، وبما أنّ $\alpha\neq -1$، فإنّ: $\overrightarrow{AG_\alpha}=-\frac{(\alpha+1)}{4(\alpha+1)}\overrightarrow{BA}-\frac{(\alpha+3)}{4(\alpha+1)}\overrightarrow{CA}$ ، وَنعلم أنّ: $-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}$ وَ $-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}$. وَمنه: $\overrightarrow{AG_\alpha}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{(\alpha+3)}{4(\alpha+1)}\overrightarrow{AC}$. إذن: $\forall\alpha\in\mathbb{R}-\{-1\}$; $G_\alpha\left(\frac{1}{4};\frac{\alpha+3}{4\alpha+4}\right)$ في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.	0.25 0.25 0.25x2
ب- ما هو المحل الهندسي للنقط G_α لما α يمسح $\mathbb{R}-\{-1\}$؟ حسب السؤال -أ- فإنّ: $\begin{cases}x_{G_\alpha}=x=\frac{1}{4}\\ y_{G_\alpha}=y=\frac{\alpha+3}{4\alpha+4}\end{cases}$، وَبما أنّ: $y=\frac{\alpha+3}{4\alpha+4}$ ، فإنّ: $\alpha+3=y(4\alpha+4)=4\alpha y+4y$. أي: $\alpha-4\alpha y=4y-3$، وَمنه: $\alpha(1-4y)=4y-3$. فيكون: $\alpha=\frac{4y-3}{1-4y}$، حيث: $y\neq\frac{1}{4}$.	0.25 0.25

وَعليه فإنّ مجموعة النقط $M(x;y)$ لما α يمسح $\mathbb{R}-\{-1\}$ هي المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{1}{4}$ ماعدا النقطة $D\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$.	0.25x2
التمرين الثاني: $ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$.	**(8ن)**
1) إثبات أنّ: $2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}$ مستقل عن M: نضع: $\vec{v}=2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}$ ، وَمنه: $\vec{v}=2(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB})+2(\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC})$ وَحسب علاقة "شال"=" la relation de Chasles "، فإنّ: $\vec{v}=2(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{AB})+2(\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{DC})$. أي: $\vec{v}=-2(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$ ، وَبما أنّ $ABCD$ مربع، فإنّ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (متوازي أضلاع خاص). وَمنه: $\vec{v}=-2(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB})=-2\times 2\overrightarrow{AB}$. إذن: $\vec{v}=-4\overrightarrow{AB}$. (وَهو مستقل عن النقطة M).	0.25 0.25 0.25 0.75
2) أ- تبسيط العبارة: $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}$ باستعمال مرجح الجملة: $\{(A;2);(B;2);(C;2);(D;2)\}$: ليكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2);(B;2);(C;2);(D;2)\}$ ، حيث: $\alpha+\beta+\gamma+\lambda=2+2+2+2=8\neq 0$، مما يعني أنّ G موجود وَوحيد. وَحسب العلاقة الشعاعية لـ "لايبنتز"=" *La Fonction vectorielle de Leibniz* ": $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}=(2+2+2+2)\overrightarrow{MG}$. إذن: $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}=8\overrightarrow{MG}$.	0.25x2 0.5 1
ب- تعيين (Γ) مجموعة النقط M بحيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}\right\|$ حسب السؤال الأول، فإنّ: $2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}=-4\overrightarrow{AB}$. وَحسب السؤال ـ أ ـ فإنّ: $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}=8\overrightarrow{MG}$. وَمنه: $(\Gamma):\left\|8\overrightarrow{MG}\right\|=\left\|-4\overrightarrow{AB}\right\|=|-4|\times\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=4AB$. أي: $8MG=4AB$، معناه أنّ: $MG=\frac{4AB}{8}=\frac{4\times 2}{2}=1$. (لأنّ: $AB=2cm$). إذن: $(\Gamma):MG=1$، وَمجموعة النقط M هي الدائرة ذات المركز G وَالنصف القطر $r=1cm$.	0.25 0.5+0.25 0.5+0.25 0.25
جـ - إثبات أنّ I وَ J تنتميان إلى (Γ): نعلم أنّ I منتصف $[AB]$ وَ J منتصف $[DC]$. وَبما أنّ: $IG=JG$ وَ $IG=\frac{AB}{2}$. إذن: I وَ J تنتميان إلى (Γ).	0.5x3
د- إنشاء (Γ): 	1

(8ن)	**التمرين الثالث:**
0.5x2	I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد وَمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. نعتبر النقطتين $A(0;5)$، $B(3;2)$ وَ G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;1);(B;2)\}$. **1) تعليم النقط A وَ B:** (في الشكل أدناه).
0.25 1 1 0.25	**2) حساب إحداثيتي النقطة G :** نُلاحظ أنّ: $\alpha+\beta=1+2=3\neq 0$. وَمنه: G موجود وَوحيد، حيث: $\begin{cases} x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta}=\frac{1\times(0)+2\times 3}{1+2}=\frac{6}{3}=2 \\ y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}=\frac{1\times 5+2\times 2}{1+2}=\frac{9}{3}=3 \end{cases}$. إذن: $G(2;3)$. ***الإنشاء:** (في الشكل أدناه).
0.5 0.5 1 0.5	**3) تعيين (Δ) مجموعة النقط M بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\|=6$:** حسب العلاقة الشعاعية لـ "لايبنتز" " *La Fonction vectorielle de Leibniz* "، فإنّ: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=(1+2)\overrightarrow{MG}=3\overrightarrow{MG}$، وَمنه: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\|=\|3\overrightarrow{MG}\|=3MG=6$، أي: $MG=\frac{6}{3}=2$ إذن: $(\Delta): MG=2$. وَتكون مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها G وَنصف قطرها $r=2cm$. ***الإنشاء:** (في الشكل أدناه) 
0.5 0.5	II) لتكن النقطة G مركز ثقل المثلث ABC. **اثبات أنّ: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$، حيث: A' منتصف الضلع $[BC]$:** G مركز ثقل المثلث (ABC) تُكافئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1);(B;1);(C;1)\}$ وَبما أنّ: $\alpha+\beta+\gamma=1+1+1=3\neq 0$. وَمنه: G موجود وَوحيد. من جهة أخرى، A' منتصف الضلع $[BC]$، وَهذا يُكافئ أنّ: A' مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1);(B;1)\}$ وَتُحقّق: $\overrightarrow{BA'}=\overrightarrow{A'C}$. وَمنه، وَحسب خاصية التجميع، فإنّ:

0.5	G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A;1);\ \underbrace{(B;1);(C;1)}_{\text{مرجح الجملة }\{(A;1);(B;1)\}\ A'}\right\}$	
0.5	(طبعًا: A' موجودة وَوحيدة لأنّ: $\beta+\gamma=1+1=2\neq 0$). فتكون عندئذ: G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1);(A';2)\}$ ، وَتُحقّق: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{1+2}\overrightarrow{AA'}$. إذن: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.	

ZATER AMEL PROF DE MATHS

zater_amelprofdemaths الأستاذة زعتر آمال في مادة الرياضيات