ثانوية: طالب ساعد
السنة الدراسية: 2025/2024

المستوى: الثانية شعبة تقني رياضي
المدة: ساعة واحدة

فرض محروس للفصل الثالث في الرياضيات

I. 1) تحقق أن العددان $\frac{2025\pi}{4}$ و $\frac{1446\pi}{24}$ قيسان لنفس الزاوية الموجهة α

2) احسب القيس الرئيسي للزاوية الموجهة α

3) استنتج قيمة $\tan(\pi-\alpha)$

II. المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;I,J)$ (مع $OI = OJ = 1cm$)

1) مثل النقط $A(1;-2)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(-2,-2)$

2) احسب احداثيات النقطة H منتصف القطعة [AB]

3) بين أن المستقيمين (AB) و (CH) متعامدان

4) اكتب معادلة للمستقيم (AB)

5) احسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (AB)

6) تحقق أن $CH=\frac{1}{2}AB$ ثم استنتج نوع المثلث ABC و برر أن $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\alpha$

III.

1) بين أن المثلث ABC هو صورة المثلث IJO بتحاك h مركزه النقطة $\Omega(1,1)$ يطلب حساب نسبته

2) استنتج مساحة المثلث ABC

(γ) الدائرة التي مركزها C ونصف قطرها $\frac{\sqrt{18}}{2}$ (سم) .

3) تحقق أن المعادلة $x^2+y^2+4x+4y+\frac{7}{2}=0$ هي للدائرة (γ)

4) أنشئ الدائرة (γ') صورة الدائرة (γ) بالتحاكي h

بالتوفيق

1

1. إثبات أن العددين $\frac{2025\pi}{4}$ و $\frac{1446\pi}{24}$ قياسان لنفس الزاوية:

لدينا: $\frac{2025\pi}{4} - \frac{1446\pi}{24} = 446\pi = (223)(2\pi)$

إذن العددان $223 \in \mathbb{Z}$ حيث

قياسان لنفس الزاوية $\frac{1446\pi}{24}$ و $\frac{2025\pi}{4}$

2. القيس الرئيسي:

$k \in \mathbb{Z}$

$-\pi < \frac{2025\pi}{4} + 2\pi k \leq \pi$

$1 - \frac{2025}{4} < 2k \leq 1 - \frac{2025}{4}$

$-\frac{2029}{4} < k \leq \frac{2021}{4}$

$k = -253$.

القيس الرئيسي للزاوية هو $\frac{\pi}{4}$

3. استنتاج قيمة $\frac{\tan(\pi-\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)}$

$\tan(\pi-\alpha) = \frac{\sin(\pi-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)}$

$= \frac{\sin(\pi - \frac{\pi}{4})}{\cos(\pi - \frac{\pi}{4})}$

$= \frac{\sin(\frac{\pi}{4})}{-\cos(\frac{\pi}{4})} = -1$

II. تمثيل النقط

2. حساب احداثيات H:

$x_H = \frac{x_A + x_B}{2}$ ، $y_H = \frac{y_A + y_B}{2}$

إذن $A(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

3. إثبات أن المستقيمين (CH) و (AB) متعامدان:

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CH} = 0$

إذن $\overrightarrow{CH}$ و $\overrightarrow{AB}$ متعامدان

نستنتج أن (CH) و (AB) متعامدان

4. معادلة المستقيم (AB):

$\overrightarrow{CH}$ شعاع ناظمي للمستقيم (AB)

فالمعادلة تكتب من الشكل

$3x + 3y + c = 0$.

بالتعويض باحداثيات النقطة A نجد $c = 3$ إذن

$x + y + 1 = 0$

5. حساب المسافة:

$d = \frac{|x_C + y_C + 1|}{\sqrt{1^2+1^2}}$

$= \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

4. إثبات أن $CH = \frac{1}{2}AB$:

$CH = \sqrt{(\frac{3}{2})^2 + (\frac{3}{2})^2}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{2} = d$

$AB = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= 3\sqrt{2}$

ومنه $CH = \frac{1}{2}AB$.

نوع المثلث ABC:

ABC مثلث قائم في C

ولدينا: (CH) و (AB) متعامدان

إذن ABC مثلث قائم في C

وهنا ربما الساعية.

وبالتالي $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{4} = \alpha$

إذن $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \alpha$.

III. حساب بنية لتماثل:

IJO مثلث قائم في I.

$\overrightarrow{\Omega C} = \begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{\Omega O} = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$

إذن C صورة O بتحاكي نسبته 3

لأن $\overrightarrow{\Omega C} = 3\overrightarrow{\Omega O}$.

وكذلك $\overrightarrow{\Omega B} = 3\overrightarrow{\Omega I}$

$\overrightarrow{\Omega A} = 3\overrightarrow{\Omega I}$.

إذن المثلث ABC صورة المثلث IJO بتحاكي نسبته 3.

2. استنتاج مساحة المثلث OIJ تساوي $\frac{1}{2}$

مساحة المثلث ABC تساوي:

$\frac{1}{2}(3)^2 = \frac{9}{2}$ cm².

3. معادلة الدائرة (γ):

$x^2 + y^2 + 4x + 4y + \frac{7}{2} = 0$

$(x+2)^2 + (y+2)^2 - 8 + \frac{7}{2} = 0$

$(x+2)^2 + (y+2)^2 = \frac{9}{2}$

وهذه الأخيرة معادلة الدائرة التي مركزها C ونصف قطرها $\frac{\sqrt{18}}{2}$

$\sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{18}}{2}$ (نصف قطر (γ))

4. إنشاء (γ'):

لحساب احداثيات C' صورة C بالتحاكي الذي مركزه Ω ونسبته R حيث:

$\overrightarrow{\Omega C'} = 3\overrightarrow{\Omega C}$

نجد $C'(-8, -8)$

نصف قطر الدائرة (γ') هو r' حيث

$r' = |k| r$

$r' = 3(\frac{3\sqrt{2}}{2}) = \frac{9\sqrt{2}}{2}$.

إنشاء (γ').