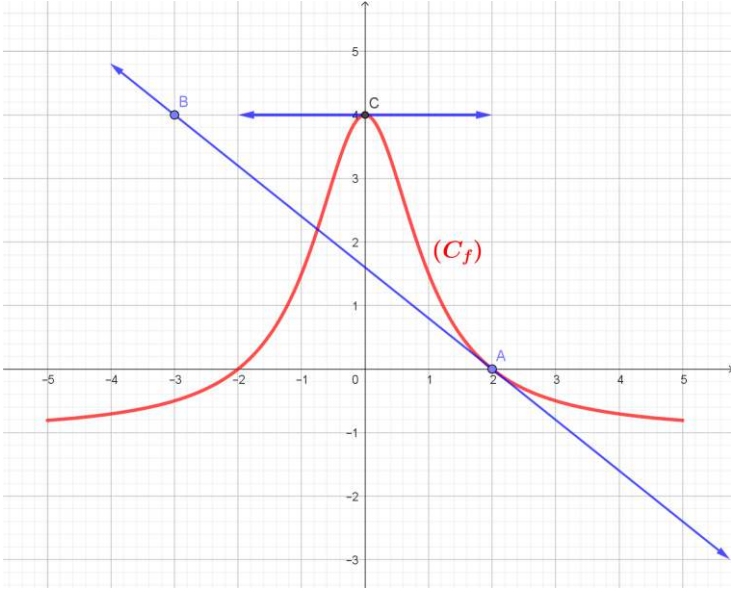


الفرض (2) التجريبي: الثاني: للفصل الأول في مادة الرياضيات



تمرين: نعتبر الدالة f المعرفة والقابلة للإشتقاق على المجال

$[-5; 5]$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ والمستقيمان المرسومان في الشكل هما المماسان للمنحنى (C_f) عند النقطتين $A(2; 0)$ و $C(0; 4)$ كما هو موضح في الشكل المقابل:

بقراءة بيانية:

(1) حدد $f'(0)$ و $f'(2)$

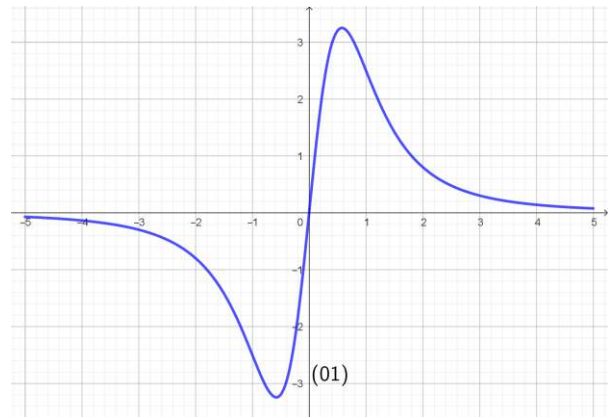
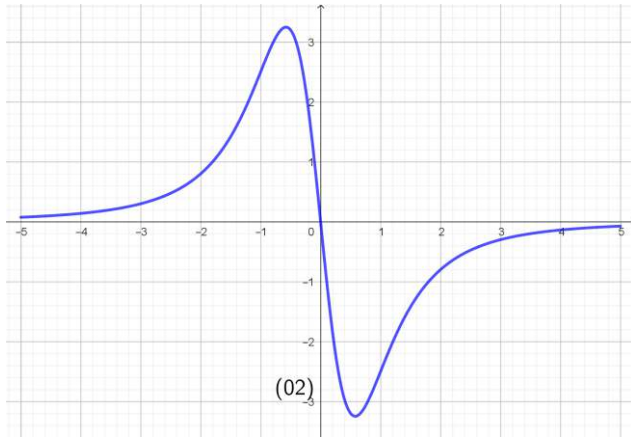
(2) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها

2، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $f(1,98)$

(3) عين في المجال $[-5; 5]$:

❖ حل المعادلة: $f'(x) = 0$ وحلول المتراجحة التالية: $f'(x) \leq 0$.

(4) من بين المنحنيين (01) و (02) عين، مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



(5) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f

ب) برر وجود قيمة حدية محلية للدالة f فيطلب تعيينها.

(6) أ) عين $f(0)$ و $f(2)$ ثم بين أن $a = 0$ و $b = 4$ علما أن $f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-5; 5]$: $f'(x) = \frac{-10x}{(x^2 + 1)^2}$

ت) استنتج اتجاه تغير الدالة f .

.....انتهى

بالتوفيق

تصحيح الفرض (02) التجريبي: الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

تمرين: بقراءة بيانية:

(1) تحديد $f'(2)$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 4}{h}$:

$f'(2)$ هو معامل توجيه المماس في النقطة ذات الفاصلة 2 ،

نختار نقطتين من المماس ولتكن $A(2;0)$ و $B(-3;4)$ ومنه

$$f'(2) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0 - 4}{2 - (-3)} = \frac{-4}{5}$$

$f'(0) = 0$ لأن المماس في النقطة ذات الفاصلة 0 موازي إلى حامل محور الفواصل.

(2) تعيين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 2 :

$$(T): y = f'(2)(x - 2) + f(2) = \frac{-4}{5}(x - 2) + 0 = \frac{-4}{5}x + \frac{8}{5}$$

✓ استنتج قيمة مقربة لـ $f(1,98)$:

لدينا $f(x) \simeq \frac{-4}{5}x + \frac{8}{5}$ لما x قريب إلى 2 ومنه $f(1,98) \simeq \frac{-4}{5}(1,98) + \frac{8}{5}$ إذن $f(1,98) \simeq 0,016$

(3) تعيين في المجال $[-5;5]$:

❖ حل المعادلة: $f'(x) = 0$: معناه تعيين فواصل نقط (C_f) التي يكون عندها المماس موازي إلى محور الفواصل أي $S = \{0\}$

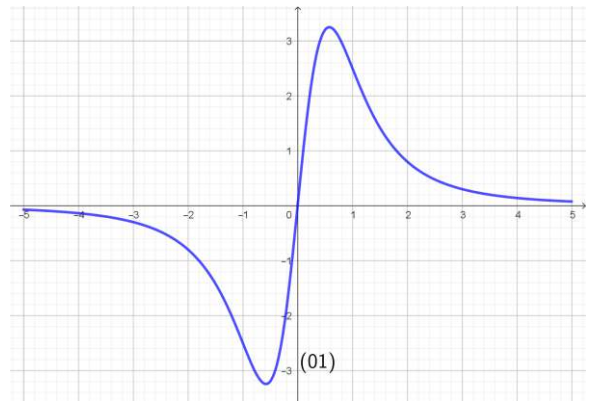
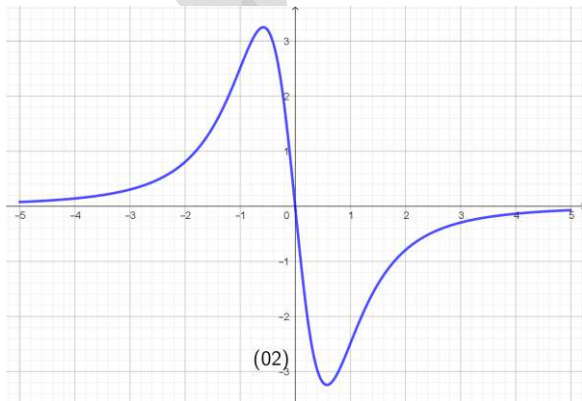
❖ حلول المتراجحة التالية: $f'(x) \leq 0$ معناه تعيين المجالات التي تكون عليها الدالة f متناقصة أي $S = [0;5]$

(4) من بين المنحنيين (01) و (02) عين ، مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .

بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-5;0]$ فإن f' موجبة ومنه منحنى الدالة f' يقع فوق محور الفواصل على المجال $[-5;0]$

أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0;5]$ فإن f' سالبة ومنه منحنى الدالة f' يقع تحت محور الفواصل على المجال $[0;5]$

وهذا ما يتوافق في الشكل (02)



تصحيح الفرض (02) التجريبي: الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

(5) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f

x	-5	0	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(-5)$	4	$f(5)$

ب) تبرير وجود قيمة حدية محلية للدالة f يطلب تعيينها.بما أن f' إنعدمت و غيرت من إشارتها في القيمة 0 فإنه يوجد مجال مفتوح $]-1;1[$ يشمل 0 تقبل فيه الدالة f قيمة حدية محلية قيمتها

$$f(0) = 4$$

$$(6) \text{ أ) } f(0) \text{ و } f(2) \text{ ثم بين أن } a=0 \text{ و } b=4 \text{ علما أن } f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$$

$$f(0) = 4 \text{ و } f(2) = 0$$

$$f(0) = 4 \text{ معناه } \frac{-(0)^2 + a(0) + b}{(0)^2 + 1} = 4 \text{ ومنه } b = 4$$

$$f(2) = 0 \text{ معناه } \frac{-(2)^2 + a(2) + b}{(2)^2 + 1} = 0 \text{ معناه } \frac{-4 + 2a + 4}{4 + 1} = 0 \text{ معناه } \frac{2a}{5} = 0 \text{ معناه } a = 0 \text{ ومنه } f(x) = \frac{-x^2 + 4}{x^2 + 1}$$

$$\text{ب) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من المجال } [-5;5] : f'(x) = \frac{-10x}{(x^2 + 1)^2}$$

الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $[-5;5]$ و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-5;5]$:

$$f'(x) = \frac{(-2x)(x^2 + 1) - (2x)(-x^2 + 4)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-2x^3 - 2x + 2x^3 - 8x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-10x}{(x^2 + 1)^2}$$

ت) استنتاج اتجاه تغير الدالة f :إشارة $f'(x)$ من إشارة $[-10x]$ لأن $(x^2 + 1)^2 > 0$ على المجال $[-5;5]$ ومنه

x	-5	0	5
$f'(x)$	+	0	-

ومن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-5;0]$ و متناقصة تماما على المجال $[0;5]$

.....انتهى

بالتوفيق