

المدة: 01 ساعا

الفرض الأول للثلاثي الأول في الرياضيات

2026 - 2025

⚠️ تجنب الشطب واستعمال المصحح.

✍️ التمرين الأول: (05 نقاط)

✍️ f و g دالتين عدديتين جدولتي تغيراتهما كالآتي:

x	-7	-1	2	4
$f(x)$	-3	2	8	2

x	-3	2	8
$g(x)$	-5	0	4

- ① جد مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$. ثم احسب $(g \circ f)(-7)$ ، $(f \circ g)(8)$ ، $(f \times g)(2)$ و $(3f + g)(2)$.
- ② ادرس إتجاه تغير الدالة $g \circ f$ على المجال $[-7; 2]$ ، ثم على مجال $[2; 4]$.

✍️ التمرين الثاني: (09 نقاط)

I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-2; 4]$ كما يلي: $f(x) = x^2 - 2x - 3$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① تحقق أنه من أجل كل $x \in [-2; 4]$ فإن: $f(x) = (x - 1)^2 - 4$. ثم فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

② استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-2; 1]$ والمجال $[1; 4]$. ثم شكل جدول تغيراتها.

③ بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .

④ اشرح كيفية رسم (C_f) إنطلاقاً من منحنى دالة "مرجعية" يطلب تعيينها. ثم أرسم المنحنى (C_f) .

II نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[-2; 2]$ كما يلي: $g(x) = f(|x|)$. وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

① بين أن g دالة زوجية.

② أكتب g دون رمز القيمة المطلقة. ثم أنشئ (C_g) إنطلاقاً من (C_f) مع الشرح.

✍️ التمرين الثالث: (06 نقاط)

✍️ لتكن P دالة كثير الحدود معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة التالية: $P(x) = x^3 + 3x + 4$.

① بين أن (-1) جذر لـ $P(x)$. ثم أوجد كثير حدود Q بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $P(x) = (x + 1)Q(x)$.

② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$.

③ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $P(x) \geq 0$.

📎 الأستاذ: فراحية المحفوظ T1

حل التمرين الأول:

① - نكتب مجموعة تعريف الدالة $f \circ g$

f معرفة معناه: $x \in D_f$ و $f(x) \in D_g$
معناه $x \in [-7; 4]$ و $f(x) \in [-3; 8]$
و $x \in [-7; 4]$

أي $x \in [-7; 4]$

اذن $D_{f \circ g} = [-7; 4]$

حساب الصور:

$$(g \circ f)(-7) = g(f(-7)) \\ = g(-3) = -5$$

$$(f \circ g)(8) = f(g(8)) \\ = f(4) = 2$$

$$(f \times g)(2) = f(2) \times g(2) \\ = 8 \times 0 = 0$$

$$(3f + g)(2) = 3f(2) + g(2) \\ = 24 + 0 = 24$$

② - دراسة اتجاه تغير دالة $f \circ g$ على المجال $[-7; 2]$

لدينا الدالة f متزايدة تمامًا على $[-7; 2]$ ولدينا $f([-7; 2]) = [-3; 8]$ ولدينا الدالة g متزايدة تمامًا على $[-3; 8]$ اذن الدالة $f \circ g$ متزايدة تمامًا على $[-7; 2]$ على المجال $[2; 4]$

لدينا الدالة f متناقصة تمامًا على $[2; 4]$ ولدينا $f([2; 4]) = [2; 8]$ ولدينا الدالة g متزايدة تمامًا على $[2; 8]$

اذن الدالة $f \circ g$ متناقصة تمامًا على $[2; 4]$

حل التمرين الثاني

① - التحقق ان $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، $x \in [-2; 4]$

$f(x) = (x-1)^2 - 4$

من اجل $x \in [-2; 4]$ لدينا

$$(x-1)^2 - 4 = x^2 + 1 - 2x - 4 \\ = x^2 - 2x - 3 \\ = f(x)$$

نعطين الدالة f :

$$x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} (x-1)^2 - 4 \\ \uparrow \\ f = v \circ u$$

حيث

$$\begin{cases} u(x) = x-1 ; D_u = [-2; 4] \\ v(x) = x^2 - 4 ; D_v = [-3; 3] \end{cases}$$

② - اسماج اتجاه تغير الدالة f :

على مجال $[-2; 1]$

لدينا u دالة تآلفية متزايدة تمامًا على $[-2; 1]$ لانه $a = 1 > 0$ و $u([-2; 1]) = [-3; 0]$

ومنه v دالة مربعة زائد عدد حقيقي متناقصة تمامًا على $[-3; 0]$ اذن $f = v \circ u$ متناقصة تمامًا على $[-2; 1]$

على المجال $[1, 4]$

لدينا u دالة تألفت من مترابطة قسماً
على $[1, 4]$ لأن $a = 1 > 0$

$$u([1, 4]) = [0, 3]$$

و v دالة مربع، اند عدد محلي مترابطة
كماً على $[0, 3]$

اذن $f = v \circ u$ مترابطة كماً على
 $[1, 4]$

- جدول لتغيرات الدالة f :

x	-2	1	4
$f(x)$	5	-4	5

(3) - تبين أن الكسيف $x = 1$: (D)

محور تناظر لـ (f)

$$2x - x = 2(1) - x = 2 - x$$

هنا اجل $x \in [-2, 4]$ نجد $x \in [-2, 4]$

$$f(2(1) - x) = f(x) \Rightarrow f(2 - x) = f(x)$$

$$= (2 - x)^2 - 2(2 - x) - 3 = (x^2 - 2x - 3) - (4 - 2x - 3)$$

$$= 4 + x^2 - 4x - 4 + 2x - 3 - x^2 + 2x + 3$$

$$= -4x + 2x = 0$$

(4) - شرح كيفية إنشاء (f) :

$$f(x) = (x - 1)^2 - 4$$

$$a = -1 \text{ و } b = -4$$

اذن (f) صورة القطب البياني

للدالة مربع باسقاط شعاعه

$$\vec{V} \begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix} = \vec{V} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$D_f = [-2, 2] \text{ و } g(x) = f(|x|)$$

(1) - تبين ان g دالة زوجية:

لدينا من اجل $x \in [-2, 2]$

$$-2 < x < 2 \text{ معاه}$$

$$-2 < -x < 2 \text{ معاه}$$

$$-x \in [-2, 2] \text{ اي}$$

اي $[-2, 2]$ مناظر بالنسبة لـ 0

$$g(-x) = f(|-x|)$$

$$= f(|x|) = g(x)$$

اذن g دالة زوجية.

(2) - كتابة g دالة، من قيمته مطلقة:

لدينا

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x); & x \in [0, 2] \\ f(-x); & x \in [-2, 0] \end{cases}$$

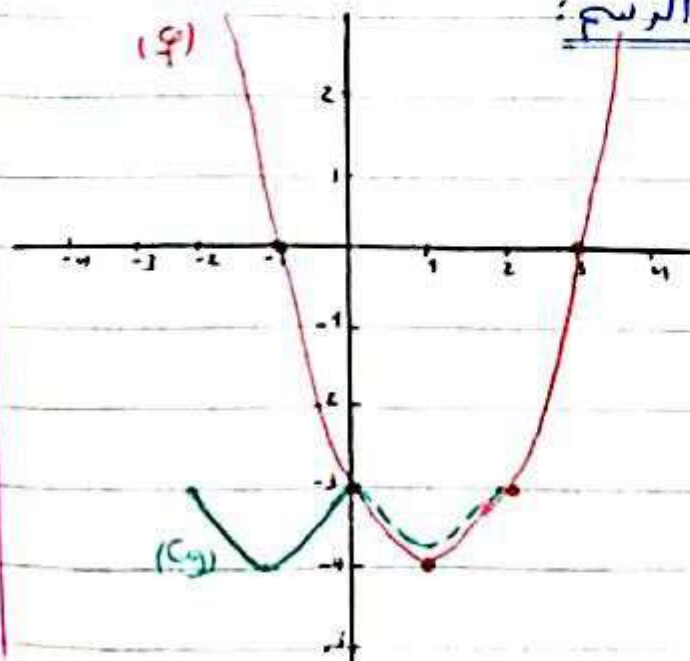
ومنه كما $x \in [0, 2]$ نجد (g)

ينطبق على (f)

و تكون g دالة زوجية منحصراً

مناظر بالنسبة لمحور التناظر

- الرسم:



③. حل المتراجحة $P(x) \geq 0$

جدول إشارة $P(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x+1$	-	0	+
x^2-x+4	+	+	+
$P(x)$	-	0	+

ومن هنا نلاحظ المتراجحة

$$S = [1; +\infty[\text{ هي } P(x) \geq 0$$

انتهى التصحيح

Ferahtia Mahfoud

حل المتراجحة الثانية

$$P(x) = x^3 + 3x + 4$$

①. نتحقق من $x = -1$ جذر لـ $P(x)$:

$$P(-1) = (-1)^3 + 3(-1) + 4$$

$$= -1 - 3 + 4 = 0$$

إيجاد كثير الحدود $Q(x)$ كالتالي:

$$P(x) = (x+1) \times Q(x)$$

$$P(x) = (x+1)(ax^2+bx+c)$$

طريقة قسمة إقليدية

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 + 3x + 4 & x+1 \\ \underline{x^3 + x^2} & x^2 - x + 4 \\ -x^2 + 3x + 4 & \\ \underline{-x^2 - x} & 4x + 4 \\ 4x + 4 & \\ \underline{4x + 4} & 0 \end{array}$$

اذن

$$P(x) = (x+1)(x^2-x+4)$$

②. حل المعادلة $P(x) = 0$

$$(x+1)(x^2-x+4) = 0$$

$$x+1=0 \text{ أو } x^2-x+4=0$$

$$x = -1 \text{ حسب صيغة } \Delta$$

$$\Delta = 1 - 4(1)(4) = -15 < 0$$

اذن المعادلة ② لا تقبل حلول

اذن حلول المعادلة $P(x) = 0$

$$S = \{-1\} \text{ هي}$$