الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
ثانوية : المجاهد بضياف قدور-فاتيس
المستوى :02علوم تجريبية الموسم الدراسي: 2024/2025
الفرض الأول للفصل الأول في مادة : الرياضيات المدة : 01 ساعة

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث:

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$$

1) أحسب $P(-2)$ ، ماذا تستنتج ؟ .
2) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)(ax^2+bx+c)$.
3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$.
4) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $P(x)$ ثم استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$.
5) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $P(\sqrt{x}) = 0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ بيّن انّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x+a)^2 + b$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

* نضع في مايلي : $a = 2$ و $b = -3$

2/ فكّك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما .

3/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $[-2;+\infty[$ و $]-\infty;-2]$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

4/ بيّن أنّ المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .

5/ اشرح كيف يمكن انشاء (C_f) انطلاقا من (C) التمثيل البياني للدالة مربع ثمّ أنشئه .

6/ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(-|x|)$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) بيّن أنّ g دالة زوجية ثمّ أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب) اشرح طريقة انشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

بالتوفيق للجميع

التصحيح النموذجي لفرض الأول الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : 2ع علوم تجريبية

الأستاذ : بولغيتي عبد الرزاق

التمرين الثاني :

$P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$

1/ حساب $P(-2)$:

$P(-2) = 2(-2)^3 - (-2)^2 - 13(-2) - 6$

$= -16 - 4 + 26 - 6$

$= 0$

ومنه نستنتج أن (-2) هو جذر لـ $P(x)$

2/ تعيين الأعداد الحقيقية a و b و c :

باستعمال طريقة القسمة الاقليدية :

$2x^3 - x^2 - 13x - 6$	$x + 2$
$-2x^3 + 4x^2$	$2x^2 - 5x - 3$
$-5x^2 - 13x - 6$	
$-(-5x^2 - 10x)$	
$-3x - 6$	
$-(-3x - 6)$	
0	

ومنه $a = 2$ / $b = -5$ / $c = -3$

$P(x) = (x+2)(2x^2 - 5x - 3)$

3/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

لدينا : $P(x) = 0$

يكافئ $(x+2)(2x^2 - 5x - 3) = 0$

ومنه إما $x + 2 = 0$

أو $2x^2 - 5x - 3 = 0$

أي $\begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 - 5x - 3 = 0 \end{cases}$

حل المعادلة : $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$\Delta = 2(-4)(2)(-3)$

$= 25 + 24 = 49$

ومنه للمعادلة حلان :

$x_1 = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3$

ومنه حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي :

$S = \left\{-2 ; -\frac{1}{2} ; 3\right\}$

4/ دراسة إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x^2-5x-3$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

حلول المتراجحة $P(x) \leqslant 0$ هي :

$S =]-\infty ; -2] \cup \left[-\frac{1}{2} ; 3\right]$

5/ استنتاج حلول المعادلة : $P(\sqrt{x}) = 0$

لدينا مما سبق حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي :

$x = 3$ / $x = -\frac{1}{2}$ / $x = -2$

ومنه $\sqrt{x} = -2$ (مرفوض) $(\sqrt{x} \geqslant 0)$

$\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$ (مرفوض)

ومنه $\sqrt{x} = 3$ أي $\sqrt{x}^2 = 3^2$ أي $x = 9$

وعليه حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$ هي :

$S = \{9\}$

التمرين (02) ن /

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

1/ إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$

$$f(x) = (x+a)^2 + b$$

لدينا:

$$(x+a)^2 + b = x^2 + a^2 + 2ax + b$$
$$= x^2 + 2ax + a^2 + b$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} 2a = 4 \\ a^2 + b = 1 \end{cases}$$

أي

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

2/ تفكيك الدالة f:

لدينا: $f(x) = (x+2)^2 - 3$

$$f = V \circ U$$

حيث: $U : x \longmapsto x + 2$

$V : x \longmapsto x^2 - 3$

3/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f:

أ) على المجال $]-\infty ; -2]$:

لدينا الدالة U متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; -2]$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty ; -2]$ لدينا $x \leqslant -2$

ومنه $x + 2 \leqslant 0$ أي $U(x) \leqslant 0$

$U(x) \in]-\infty ; 0]$

الدالة V متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; 0]$

وعليه حسب نظرية ومبرهنة مركب الدالتين فإن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; -2]$

ب) على المجال $[-2 ; +\infty[$:

الدالة U متزايدة تماما على المجال $[-2 ; +\infty[$

ومن أجل كل x من المجال $[-2 ; +\infty[$

لدينا $x \geqslant -2$

ومنه $x + 2 \geqslant 0$

أي $U(x) \geqslant 0$

أي $U(x) \in [0 ; +\infty[$

الدالة V متزايدة تماما على المجال $[0 ; +\infty[$

وعليه الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2 ; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		↘	-3	↗	

4/ إثبات أن المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر لـ (C_f):

لدينا $x \in D_f$ معناه $x \in \mathbb{R}$ و منه $(-4-x) \in \mathbb{R}$

ومنه $(-4-x) \in D_f$

ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا:

$$f(-4-x) = (-4-x+2)^2 - 3$$
$$= (-2-x)^2 - 3$$
$$= 4 + x^2 + 4x - 3$$
$$= x^2 + 4x + 1$$
$$= f(x)$$

وعليه المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ هو محور تناظر لـ (C_f)

2) شرح كيفية إنشاء (C_f):

لدينا $f(x) = (x+2)^2 - 3$

$= k(x+2) - 3$

حيث: $k : x \longmapsto x^2$

وعليه (C_f) هو صورة (C) منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

6) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x) = f(-|x|)$

أ) إثبات أن g دالة زوجية:

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $\quad -x \in \mathbb{R}$

وعليه D_g متناظرة بالنسبة للصفر

ولدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$g(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = g(x)$

وعليه g دالة زوجية.

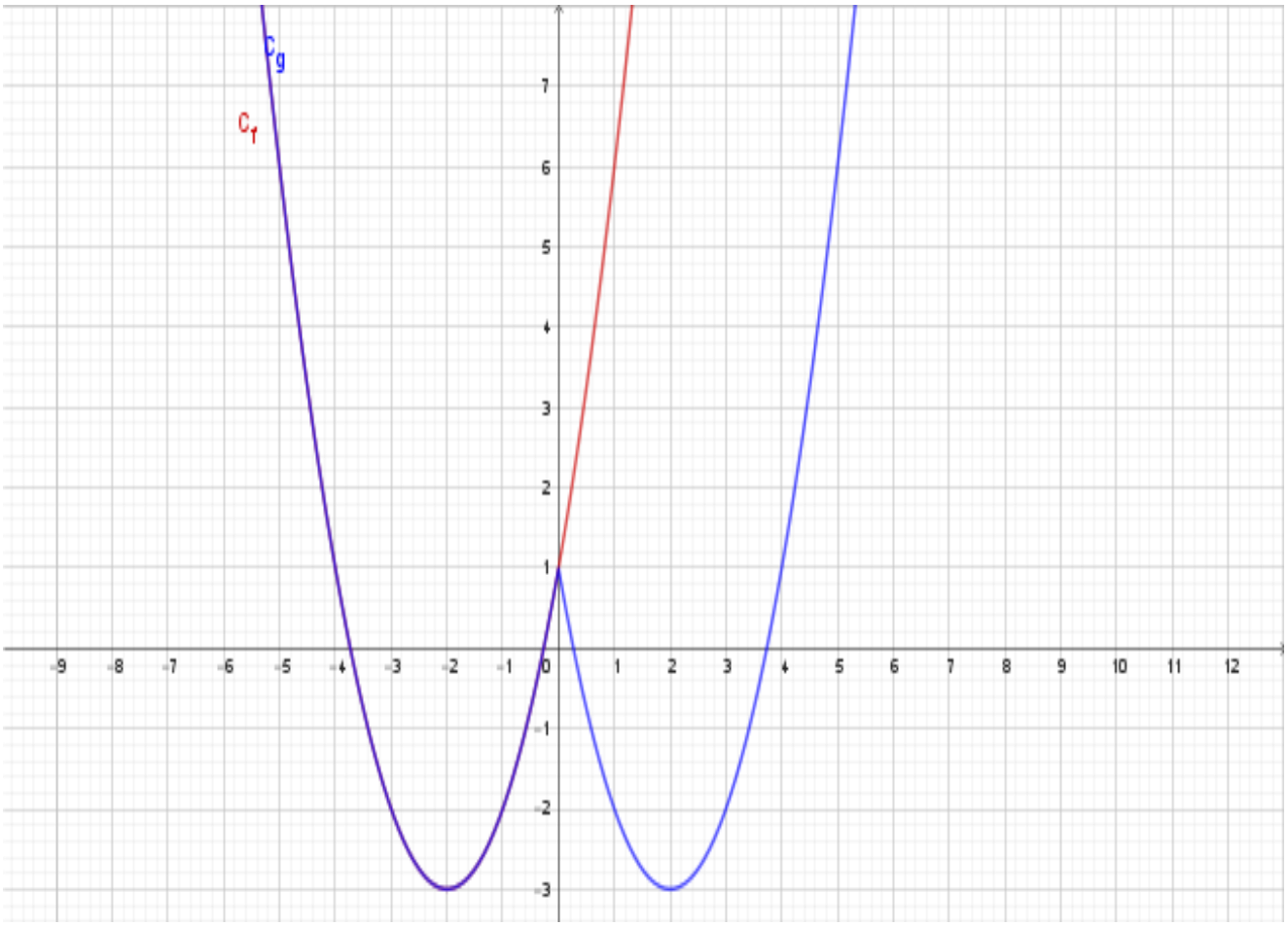
$$g(x) = f(-|x|) = \begin{cases} f(x) & : x \leq 0 \\ f(-x) & : x \geq 0 \end{cases}$$

ب) شرح طريقة إنشاء (C_g):

(C_g) منطبق على (C_f) لما $x \leq 0$

(C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب لما $x \geq 0$

وبما أن g دالة زوجية فإن (C_g) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب


C_g
C_f
7
6
5
4
3
2
1
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
-1
-2
-3