الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : محمد الصديق بن يحيى - بلاعة - السنة الدراسية: 2024 - 2025

المستوى: 2 علوم تجريبية اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات المدة: سا عتين

التمرين الأول : (06 نقاط)

ABC مثلث كيفي، ولتكن I نقطة تحقق: $-5\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{2AC} = \vec{0}$ والنقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,-2)\}$

1) بين أن I مرجح النقطتين A وC بمعاملين يطلب تعيينهما.

لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,-2);(C,2)\}$.

2) أثبت أنّ $\overrightarrow{IB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{IG}$. استنتج أن I مرجح النقطتين B وG بمعاملين يطلب تعيينهما.

3) بين أنّ المستقيمين (CH) و (IB) متقاطعان في النقطة G.

4) عين (C_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC}\| = 0$

5) عين (C_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{2MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}\|$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

يحوي صندوق 5 بطاقات متشابهة مرقمة من 5 إلى 9 لا نميز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد بطاقتين من الصندوق.

1) أ/ أنشئ مخططا تبين فيه كل الحالات الممكنة.

ب/ احسب احتمال الأحداث التالية :

A : "إحدى بطاقتين المسحوبتين تحمل رقم يقبل القسمة على 3."

B : "سحب بطاقتين تحملان رقمين فرديين".

C : "سحب بطاقتين مجموع رقميهما رقم أولي".

2) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين في البطاقتين .

أ/ عين مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ب/ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X. ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر دالة f معرفة على $R-\{2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل x من $R-\{2\}$ فإن : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ حيث : a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعينها .

2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلته.

3) بين أنه من أجل كل x من $R - \{2\}$ فإن: $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

✓ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

✓ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

5) اكتب معادلة المماس (T) عند الفاصلة 0 للمنحنى (C_f) .

6) عين نقط تقاطع (T) مع (Δ)

7) ارسم كل من (T) ، (Δ) و (C_f) .

بالتوفيق للجميع

تصحيح اختبار الفصل الثاني

حل التمرين الأول:

1) $-5\vec{AI} + 2\vec{AC} = \vec{0}$

حسب علاقة شال، $\vec{I}$

$-5\vec{AI} + 2\vec{AI} + 2\vec{IC} = \vec{0}$

معناه: $-3\vec{AI} + 2\vec{IC} = \vec{0}$

معناه: $3\vec{IA} + 2\vec{IC} = \vec{0}$

لدينا $3+2=5\neq 0$ ومنه $\alpha+\beta\neq 0$

وبالتالي I مرجح الجملة المثقلة:

$\{(A;3)(C;2)\}$ حيث $\alpha=3$ و $\beta=2$

2) إثبات $\vec{IG} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$

لدينا G مرجح الجملة $\{(A;3);(B;2);(C;2)\}$

لدينا I مرجح الجملة $\{(A;3);(C;2)\}$

حسب خاصية التجميع فإن G مرجح الجملة

$\{(I;5);(B;2)\}$

وعليه:

$\vec{IG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\vec{IB}$

$\vec{IG} = \frac{-2}{5-2}\vec{IB}$

$\vec{IG} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$

إستنتاج أن I مرجح الثنائيتين G و B

لدينا

$\vec{IG} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$

معناه: $3\vec{IG} = -2\vec{IB}$

معناه: $3\vec{IG} + 2\vec{IB} = \vec{0}$

$3+2=5\neq 0$

وعليه I موجود ووحيدة.

ومنه I مرجح الجملة المثقلة

$\{(G;3);(B;2)\}$

- نبين أن المستقيمان (GH) و (IB) متقاطعان في النقطة G:

- نبين أن G مرجح التغطيتين H و C:

لدينا G مرجح الجملة المثقلة:

$\{(A;3)(B;-2);(C;2)\}$

ولدينا H مرجح الجملة المثقلة:

$\{(A;3)(B;-2)\}$

وعليه حسب خاصية التجميع فإن G مرجح الجملة المثقلة

$\{(H;1);(C;2)\}$

وعليه فإن G تنتمي إلى (HC)

ولدينا G مرجح الجملة المثقلة:

$\{(B;2);(I;5)\}$ (برهنا عليها في سؤال السابق) فإن G تنتمي إلى (IB)

- بما أن $G\in(IB)$ من ② و $G\in(CH)$ من ① فإن المستقيمان (IB) و (CH) متقاطعان في النقطة G

- تعيين (C_1) مجموعة النقط M :

لدينا G مرجح A و G و M نقطة من المستوي

$\|3\vec{MA} + 2\vec{MC}\| = 0$

$3\vec{MA} + 2\vec{MC} = 3\vec{MI} + 3\vec{IA} + 2\vec{MI} + 2\vec{IC}$

$= 5\vec{MI} + \underbrace{3\vec{IA} + 2\vec{IC}}_{\vec{0}}$

$= 5\vec{MI}$

ومنه: $\|3\vec{MA} + 2\vec{MC}\| = 5\|\vec{MI}\| = 0$

$\Rightarrow \boxed{MI = 0}$

وعليه فإن مجموعة النقط (C_1) هي عبارة عن نقطة واحدة هي النقطة I^2 (لأن M تنطبق على I).

- تعيين (C_2) مجموعة نقط M :

لدينا G مرجح الجملة $\{(A;3);(B;2);(C;2)\}$

و M نقطة من المستوي

$3\vec{GA} + 2\vec{GB} + 2\vec{GC} = \vec{0}$

لتكن M نقطة من المستوي.

وعليه حسب خاصة شال:

$3\vec{MA} + 2\vec{MB} + 2\vec{MC} = 3\vec{MG}$

كما لدينا، $\vec{MC} - \vec{MB} = -\vec{CM} - \vec{MB}$

$= -(\vec{CM} + \vec{MB})$

$= -\vec{CB} = \vec{BC}$

وعليه $\|3\vec{MA} + 2\vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MC} - \vec{MB}\|$

تكافئ: $3MG = BC$

إذن: $\boxed{MG = \frac{BC}{2}}$

ومنه مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها $\frac{CB}{3}$

حل التمرين الثاني :

- إنشاء مخطط يبين الحالات الممكنة

C_1 / C_2	5	6	7	8	9
5					
6	(6;5) 11				
7	(7;5) 12	(7;6) 13			
8	(8;5) 13	(8;6) 14	(8;7) 15		
9	(9;5) 14	(9;6) 15	(9;7) 16	(9;8) 17	

- عدد الحالات الممكنة هو 10 حالات (لأن السحب في آن واحد)

- حساب إحتمال الحادثة A :

$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد العناصر لـ } \Omega} = \frac{7}{10}$

- حساب إحتمال الحادثة B :

$P(B) = \frac{\text{عدد عناصر } B}{\text{عدد عناصر لـ } \Omega} = \frac{3}{10}$

- حساب إحتمال الحادثة C :

$P(C) = \frac{\text{عدد عناصر } C}{\text{عدد عناصر لـ } \Omega} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

- تعيين مجموعة القيم الممكنة لـ X :

- القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي M، 12، 13، 14، 15، 16، 17

$X = \{12; 13; 14; 15; 16; 17\}$

- قانون إحتمال المتغير العشوائي X:

x_i	11	12	13	14	15	16	17
P_i	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

لدينا

$\sum_{x=1}^{7} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$

حساب أمل الرياضي $E(x)$

$E(x) = \sum x_i \cdot P_i$

$E(x) = 11 \cdot \frac{1}{10} + 12 \cdot \frac{1}{10} + 13 \cdot \frac{2}{10} + 14 \cdot \frac{2}{10} + 15 \cdot \frac{2}{10} + 16 \cdot \frac{1}{10} + 17 \cdot \frac{1}{10}$

$E(x) = 14$

حل التمرين الثالث

- التبيين:

لدينا $f(x) = a + b + \frac{c}{x-2}$

$f(x) = \frac{ax + bx(x-2) + c}{x-2}$

$f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2ax - 2b + c}{x-2} =$

$\frac{ax^2 + (b-2a)x - 2b + c}{x-2}$

بالمطابقة نجد

$\begin{cases} -2b + c = 3 \\ 2(-1) + c = 3 \\ 2 + c = 3 \\ c = 3 - 2 \\ c = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} b - 2a = 3 \\ b - 2 \times 1 = -3 \\ b = -3 + 2 \\ b = -1 \end{cases} \quad a = 1$

ومنه $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$

- حساب نهايات الدالة f:

لدينا

$D_f = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x}$

$\lim_{x \to -\infty} x = -\infty$

عند $+\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$

لدينا $\lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

ومنه المنحنى C_f يقبل مستقيم مقارب عموديا (موازي لمحور التراتيب) معادلته $x = 2$

- المشتقة:

لدينا $f(x)$ مكتوبة من شكل $\frac{u}{v}$ وعليه فإن $f(x)$ ستكون $\frac{u' \cdot v - v \cdot u'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$$

- إشتاج إتجاه تغير الدالة f:

لدينا $(x-2)^2 > 0$ وعليه فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط:

نحل معادلة $(x-3)(x-1) = 0$ معناه

$x-3=0$ و $x-1=0$

$x-3=0$ ⟺ $x=3$

$x-1=0$ ⟺ $x=1$

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين ومتناقصة

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$(x-1)(x-3)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	‖	↘	3	↗	$+\infty$

- التقعر

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to+\infty}\left[x-1+\frac{1}{x-2}-(x-1)\right]$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[x-1+\frac{1}{x-2}-x+1\right]$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x-2} = 0$$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل ذو المعادلة $y=x-1$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

- دراسة الوضع النسبي: ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$ لدينا $f(x)-y = \frac{1}{x-2}$ من إشارة المقام.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
$f(x)-y$		$-$	‖	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) يقع تحت (Δ)		‖	(C_f) يقع فوق (Δ)	

- معادلة المماس عند الفاصلة

$$y = f(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

$$y = \frac{3}{4}(x-0)-\frac{3}{2}$$ ⟺ $y = \frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$

- نقط تقاطع C_f مع Δ:

$$x-1 = \frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$$

$$x-\frac{3}{4}x = -\frac{3}{2}+1$$

$$4\times\frac{1}{4}x = -\frac{1}{2}\times 4$$

$x = -2$

نقطة تقاطع C_f مع (Δ) هي

$(-2\,;-3)$