واجب منزلي رقم 02 في مادة الرياضيات

المستوى : الثالثة آداب وفلسفة السنة الدراسية :2025/2024

التمرين الأول (7 ن):

نعتبر الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: a = 2973 و b = 2023 و c=1444

1) عين بواقي القسمة الاقليدية ل : a ، b و c على 4

2) استنتج أن a+b+c يقبل القسمة على 4

3) تحقق أن $b \equiv -1[4]$

- استنتج أن : $a^b + b^a + c \equiv 0[4]$

4) عين قيم العدد الحقيقي n بحيث يكون: $an + 1962 \equiv 0[4]$

التمرين الثاني(7 ن):

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 1[6]$ $b \equiv 5[6]$

1) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من : a+b ، 3a-b و b^2 على6

2) تحقق أن $b \equiv -1[6]$

- استنتج أن : $a^{1444} + b^{2023} \equiv 0[6]$

3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $a^n - bn \equiv 0[6]$

التمرين الثالث(6 ن):

1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 9

2) عين بواقي القسمة الاقليدية للعدد: $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9

تصحيح الواجب الأول للفصل الثاني

التمرين الاول (7ن):

لدينا :

$a = 2973$ و $b = 2023$ و $c=1444$

5) تعين بواقي القسمة الاقليدية ل : a ، b و c على 4

$a = 4 \times 743 + 1$ $\quad a \equiv 1[4]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل 2973 على 4 هو 1

$b = 4 \times 505 + 3$ $\quad b \equiv 3[4]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل 2023 على 4 هو 3

$c = 4 \times 391 + 0$ $\quad c \equiv 0[4]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل 1444 على 4 هو 0

6) استنتاج أن a+b+c يقبل القسمة على 4

مما سبق لدينا:

$a + b + c \equiv 1 + 3 + 0[4]$

$a + b + c \equiv 4[4]$

ومنه:

$a + b + c \equiv 0[4]$

بما أن باقي قسمة $a + b + c$ هو 0 فان $a + b + c$ يقبل القسمة على 4

7) التحقق أن $b \equiv -1[4]$

لدينا: $b \equiv 3[4]$

ومنه $b \equiv 3 - 4[4]$

إذن: $b \equiv -1[4]$ *(و.ه.م)*

- **استنتج أن :**

$a^b + b^a + c \equiv 0[4]$

$a^b + b^a + c \equiv 1^{2023} - 1^{2973} + 0[4]$

$a^b + b^a + c \equiv 1 - 1 + 0[4]$

إذن:

$a^b + b^a + c \equiv 0[4]$

8) تعين قيم العدد الحقيقي n بحيث يكون:

$an + 1962 \equiv 0[4]$

لدينا : $a \equiv 1[4]$ و $1992 \equiv 2[4]$

معناه أن $1n + 2 \equiv 0[4]$

$n + 2 \equiv 0[4]$

$n + 2 - 2 \equiv 0 - 2[4]$

$n \equiv -2[4]$

إذن $n \equiv 2[4]$

وعليه $n = 4K + 2$

ومنه قيمة n حتى يكون $an + 1962 \equiv 0[4]$ هي $4K + 2$

وعليه $n = 6K + 5$

ومنه قيمة n حتى يكون: $a^n - bn \equiv 0[6]$ هي $6K + 5$

التمرين الثالث (6ن):

1) تعين تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية ل 7^n على 9:

- لما : n=0 $\quad 7^0 \equiv 1[9]$, $7^0 = 1$
- لما : n=1 $\quad 7^1 \equiv 7[9]$, $7^1 = 7$
- لما : n=2 $\quad 7^2 \equiv 4[9]$, $7^2 = 4$
- لما : n=3 $\quad 7^3 \equiv 1[9]$, $7^3 = 343$

القسمة دورية و دورها هو : 3k

التمرين الثاني (7ن):

لدينا: $a \equiv 1[6]$ $\quad b \equiv 5[6]$

1) تعين بواقي القسمة الاقليدية ل:

- $a + b \equiv 6[6]$

$a + b \equiv 0[6]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل a+b على 6 هو 0

- $3a - b \equiv 3(1) - 5[6]$

$3a - b \equiv -2[6]$

$3a - b \equiv 4[6]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل 3a-b على 6 هو 4

- $b^2 \equiv 25[6]$

$b^2 \equiv 1[6]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل b^2 على 6 هو 1

2) التحقق أن $b \equiv -1[6]$

لدينا: $b \equiv 5[6]$

ومنه $b \equiv 5 - 6[6]$

إذن: $b \equiv -1[6]$ *(و.ه.م)*

- **استنتج أن :**

$a^{1444} + b^{2023} \equiv 0[4]$

لدينا : $a \equiv 1[6]$ و

$b \equiv -1[6]$

حسب خاصية الأس نجد:

$a^{1444} \equiv 1^{1444}[6]$

$b^{2023} \equiv -1^{2023}[6]$

$a^{1444} + b^{2023} \equiv 1^{1444} - 1^{2023}[6]$

$a^{1444} + b^{2023} \equiv 1 - 1[6]$

إذن:

$a^{1444} + b^{2023} \equiv 0[6]$

بما أن باقي قسمة $a^{1444} + b^{2023}$ هو 0 فإنه يقبل القسمة على 6 .

3) تعين قيم العدد الحقيقي n بحيث يكون:

$a^n - bn \equiv 0[6]$

$1^n + n \equiv 0[6]$

$1 + n \equiv 0[6]$

$1 + n - 1 \equiv 0 - 1[6]$

$n \equiv 5[6]$

$2008^{1430} \equiv 1^{1430}[9]$

$2008^{1430} \equiv 1[9]$

إذن:

$1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 4 + 1[9]$

$1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية ل $1429^{2009} + 2008^{1430}$ *على 9 هو 5 .*

- **جدول البواقي:**

	3k+2	3k+1	3k	n≡
	4	7	1	$7^n \equiv$

وعليه بواقي قسمة 7^n على 9هي على الترتيب 1، 7 ،4 مهما كان $n \in \mathbb{N}$

2) تعين باقي القسمة الاقليدية للعدد :

$1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9

أولا:نعين بواقي القسمة الاقليدية ل:

- $\mathbf{1429 = 158 \times 9 + 7}$ $\mathbf{1429 \equiv 7[9]}$
- $\mathbf{2009 = 3k + 2}$ $\mathbf{2009 \equiv 2[9]}$
- $\mathbf{2008 = 223 \times 9 + 1}$ $\mathbf{1429 \equiv 1[9]}$

ثانيا:

- $\mathbf{1429^{2009} \equiv 7^{2009}[9]}$
- $\mathbf{1429^{2009} \equiv 7^{3k+2}[9]}$

ومنه:

$$\mathbf{7^{3k+2} \equiv 4[9]}$$

وعليه حسب خاصية التعدي نجد:

$$\mathbf{1429^{2009} \equiv 4[9]}$$