ثانوية عبان رمضان
تيزي وزو
المدة : 1 سا

السنة الدراسية: 2026/2025
المادة : رياضيات
القسم : 3 ر

الفرض الثانى للفصل الأول

التمرين:

I– لتكن f دالة معرفة على المجال $]0 , +\infty[$ حيث: $f(x) = \frac{2x}{ex+1}$

(C_f)منحناها البياني في المستوى المنسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O , \vec{\imath} , \vec{\jmath})$ $(\|\vec{\imath}\| = 10\ cm)$

والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

1) أدرس إتجاه تغيرات الدالة f علي المجال $]0 , +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ) أدرس إشارة $f(x) - x$

ب) استنتج وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أرسم المستقيمين المقارب و (Δ) , و (C_f)

II– لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة علي $\mathbb{N}$ ب : $\begin{cases} U_0 = \frac{5}{4e} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1) مثل (دون حسابها) الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (U_n) مبرزا خطوات التمثيل

2) أعطى تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها

III- 1) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{2}{e}(1 - \frac{1}{eU_n+1})$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > \frac{1}{e}$

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{eU_n(\frac{1}{e} - U_n)}{eU_n+1}$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

د) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

2) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = \frac{eU_n}{eU_n - 1}$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها 2 , يطلب تعيين حدها الأول V_0

ب) عبر عن V_n و U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

ج) أحسب S_n بدلالة n حيث: $S_n = \frac{1}{(eU_0-1)^2} + \frac{1}{(eU_1-1)^2} + \cdots + \frac{1}{(eU_n-1)^2}$

بالتوفيق للجميع