الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية سكفالي محمد | مديرية التربية لولاية سطيف | المستوى: الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية: 2024 / 2025 | المدة: 3 سا

إختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

اختر أحد الموضوعين التاليين

المـوضوع الأوّل

التمريـن الأول: (04 نقاط)

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان حيث: U_1 يحتوي على 6 كريات تحمل الارقام 2،2،1،1،1،1 و U_2 يحتوي على 4 كريات تحمل الأرقام 1،1 ،2،2.

نختارعشوائيا صندوق ثم نسحب منه كرية واحدة عشوائيا.

1) شكل شجرة الإحتمال المنمذجة لهذه التجربة.
2) أحسب احتمال سحب كرية تحمل الرقم 1.
3) إذا كانت الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1 ما هو احتمال أن تكون من الصندوق U_1.

نجعل محتوى الصندوقين في صندوق واحد ثم نسحب كريتين على التوالي دون ارجاع.

1) ماهو إحتمال سحب كريتين من نفس الرقم.
2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين .

أ) ما هي قيم المتغير العشوائي X الممكنة.

ب) عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي.

التمريــن الثاني: (05 نقاط)

1) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. f الدالة المعرفة على المجال $\left[\frac{3}{8}\ ;+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\frac{8x-3}{2x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما هو مبين في الشكل أدناه.

أ- شكل جدول تغيرات الدالة f،

استنتج أنّه من أجل $x\in\left[\frac{3}{8}\ ;+\infty\right[$ فإن: $0\leq f(x)<4$

ب- عيّن العددين الحقيقيين α و β حيث: $(\alpha>\beta)$، حلي المعادلة $f(x)=x$

واستنتج فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ ثم عيّن بيانيا وضعية (C_f) و (Δ)

2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرّفتين على N بـ: $\begin{cases}u_0=1\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=5\\v_{n+1}=f(v_n)\end{cases}$

أ- أعد انشاء الشكل على ورقة الإجابة ثمّ مثل على حامل محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1، u_2 و u_3 والحدود : v_0 ، v_1 و v_2

ب- خمّن اتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين : (u_n) و (v_n) .

3) أ- أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $1\leq u_n<3$ و $3<v_n\leq 5$.

ت- عيّن اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).

4) أ- أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ؛

$$v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{14}{(2v_n+1)(2u_n+1)}\times(v_n-u_n)$$

واستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0<v_{n+1}-u_{n+1}<\frac{2}{3}(v_n-u_n)$$

ت- بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ؛

$$0 < v_n - u_n < 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

جـ-استنتج أن $\lim v_n - u_n$ واستنتج النهاية المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n).

التمرين الثالث:(04نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. I النقطة ذات اللاحقة $z_I = 1$.

1) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A = 1 - 2i$ و $z_B = -2 + 2i$. الدائرة (C) ذات القطر $[AB]$.
عيّن z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (C) و عيّن نصف قطرها.

2) D النقطة ذات الاحقة $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$. أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بيّن أن D نقطة من (C) .

3) E نقطة من (C) حيث: $\left(\overrightarrow{\omega I};\overrightarrow{\omega E}\right) = \frac{\pi}{4}$.
عيّن طويلة $z_E + \frac{1}{2}$ و عمدة له. استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$.

4) R التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}(z + \frac{1}{2})$.

أ- عيّن طبيعة التحويل R محددا عناصره المميزة.

ب- ما هي صورة النقطة F ذات اللاحقة $z_F = 2$ بالتحويل R .

التمريـن الرابع: (7نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$..

1) أ- تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$

ت- أحسب $\lim f(x)$ ، $\lim f(x)$.

جـ- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتهما $y = x - e$ و $y = -x + ln2 + e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.

أ- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

جـ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}ln2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أنشئ (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f).

4) n عدد طبيعي غير معدوم ؛ $I = \int_{ln\sqrt{2}+e}^{ln\sqrt{3}+e}[f(x) - (x-e)]dx$ و $I_n = \int_0^1 \ln(1 + X^n)\,dx$.

أ- فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1 .

ب- بيّن أنّ: $0 \leq I_n \leq ln2$.

جـ عيّن اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنّها متقاربة.

5) باستعمال : $\ln(1 + X) \leq X$ من أجل كل X من $]0;+\infty[$.

أ- استنتج أن: $0 \leq I + I_1 \leq \int_{ln\sqrt{2}+e}^{ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + ln4$.

ب- أعط حصرا للعدد $I + I_1$.

انتهى الموضوع الاول

الموضـــوع الثانـــي

التمريـن الأوّل : (04 نقاط)

1) يحتوي صندوق على 4 كرات خضراء ثلاثة منها تحمل الرقم 1 وواحدة تحمل الرقم 2 وكرتين حمراوين تحملان الرقمين 0 و1- ، كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التوالي بالإرجاع.

أ- ما إحتمال الحصول على كرتين جداء رقميهما سالب تماما.

ب- ما إحتمال الحصول على كرة حمراء في السحب الثاني.

2) نقوم الآن باستبدال الكرات الحمراء بـ n كرة بيضاء تحمل الرقم 2 حيث: $n > 1$ ونسحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التوالي ودون إرجاع.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين.

أ- عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون إحتماله.

ب- بيّن أن الأمل الرياضياتي $E(X) = \frac{4n^2+22n+30}{(n+3)(n+4)}$.

التمريـن الثانـي:(04نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على N بـ: $u_0 = -1$ ، $u_1 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$.

1) أحسب u_2 ثم تحقق أن (u_n) ليست حسابية وليست هندسية.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل ثم استنتج عبارة n بدلالة n.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

بيّن أن المتتالية (w_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ثم استنتج عبارة n بدلالة n.

4) أ – برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{2n-1}{2^n}$.

ب-نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ ، برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = 2 - \frac{2n+3}{2^n}$.

جـ- أحسب $\lim u_n$.

التمريـن الثالث : (05نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C ، المعادلة ذات المجهول z؛

$$(z^2 + 2z + 4)\left(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4\right) = 0$$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \sqrt{3} - i$ ، $z_C = -1 - i\sqrt{3}$ و $z_D = -1 + i\sqrt{3}$.

أ. أكتب كلا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي.

ب. تحقق أن: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C}$ ، ثم استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان.

3) z_n العدد المركب الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ وn عمدة له حيث: $\frac{2\pi}{3}$ عدد طبيعي.

l_n العدد المركب المعرف بـ: $l_n = z_D \times z_n$.

أ. أكتب كلا من l_0 ، l_1 على الشكل الجبري.

ب. (u_n) المتتالية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_n = |l_n|$.

- أثبت أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.
- M_0 ، M_1 ، ... ، M_n صور الأعداد المركبة l_0 ، l_1 ، l_2 ، ... ، l_n على الترتيب.
- أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = \|\overrightarrow{OM_0}\| + \|\overrightarrow{OM_1}\| + \cdots + \|\overrightarrow{OM_n}\|$.
- أحسب $\lim S_n$.

التمـــريـــــن الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$.

بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $g(x) = -4(e^x - 4)(e^x - \frac{1}{4})$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{(4x+9)e^x - 4x}{9(1-e^x)}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ، $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$.

2) عيّن العددين الحقيقيين a وb بحيث من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x؛ $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$.

3) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفها.

4) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ؛ $f'(x) = \frac{g(x)}{9\,(1-e^x)^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معوم x؛ $f(-x) = -1 - f(x)$.ماذا تستنتج؟

6) أ- بيّن أنّ (Δ_1) و(Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) ومعادلتين لهما على الترتيب $y = -\frac{4}{9}x - 1$ و $y = -\frac{4}{9}x$.

ب-أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لكل من (Δ_1) و(Δ_2) .

7) أنشئ (Δ_1) و(Δ_2) و(C_f).

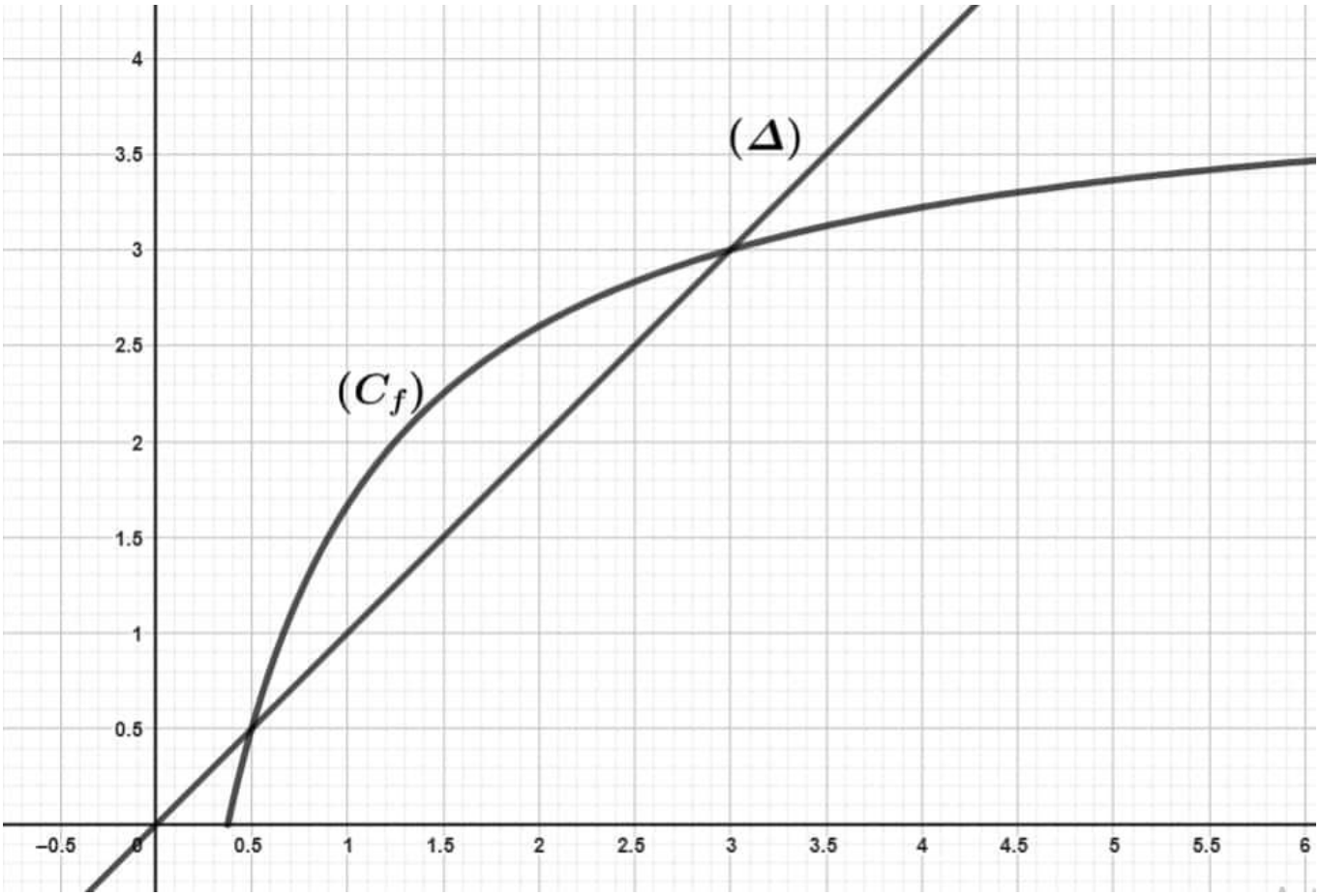
8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{1-e^x} = m$.

9) أ- عيّن مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (C_f) و(Δ_2) المسقيمين الذين معادلتهما $x = -ln4$ و$x = \lambda$ مع $\lambda < -ln4$.

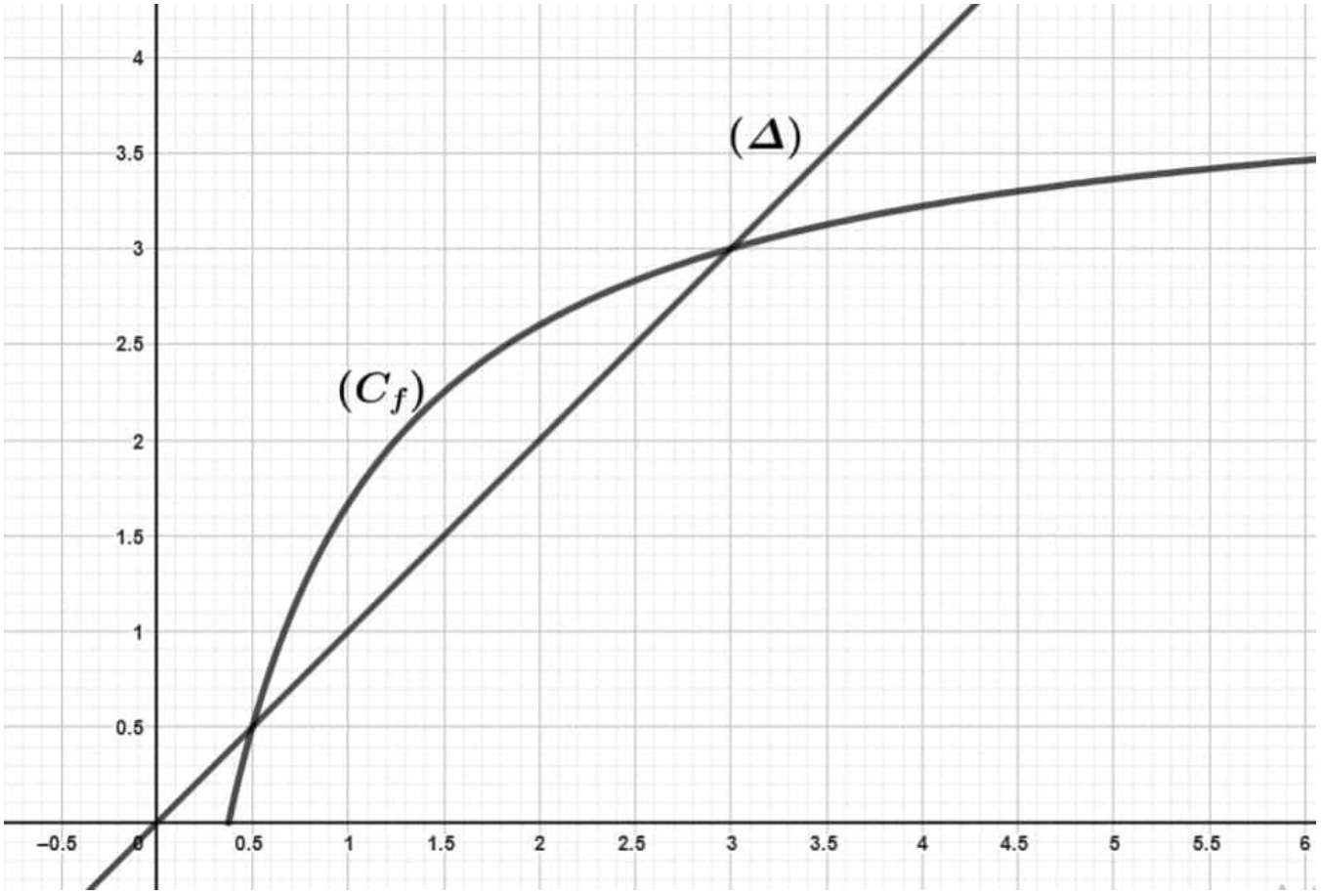
ت- أحسب $\lim A(\lambda)$.

بالتوفيق للجميع

الورقة المرفقة للتمرين الثاني الموضوع الأول(تعاد الورقة مع ورقة الإجابة) الاسم: ..... اللقب: .....



الورقة المرفقة للتمرين الثاني الموضوع الأول(تعاد الورقة مع ورقة الإجابة) الاسم: ..... اللقب: .....



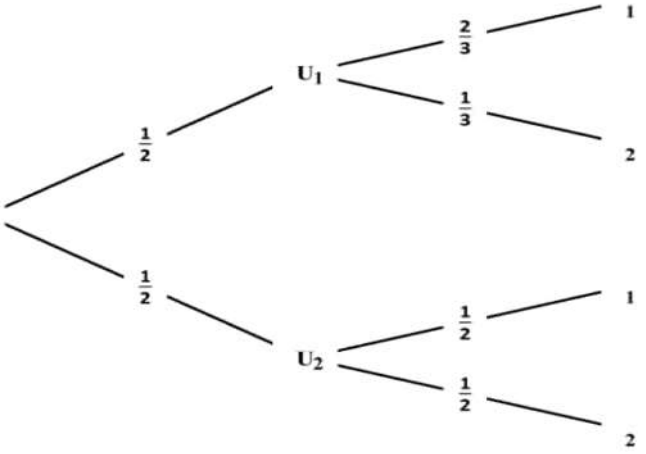
مديرية التربية لولاية سطيف

المستوى: 3 ع ت — ثانوية : سكفالي محمد

السنة الدراسية: 2025/2024 — المدة: 3 سا

الاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 نقاط)



1) احتمال سحب كرية تحمل الرقم 1.

$$P(\{1\}) = P(U_1 \cap \{1\}) + P(U_2 \cap \{1\})$$

$$= P(U_1)P_{U_1}(\{1\}) + P(U_2)P_{U_2}(\{1\}) = \frac{1}{2}\times\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

2) إذا كانت الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1 ما هو احتمال أن تكون من الصندوق U_1.

$$P_{\{1\}}(U_1) = \frac{P(U_1 \cap \{1\})}{P(\{1\})}$$

$$= \frac{P(U_1)P_{U_1}(\{1\})}{P(\{1\})} = \frac{2}{6}\times\frac{12}{7} = \frac{4}{7}$$

نجعل محتوى الصندوقين في صندوق واحد

إحتمال سحب كريتين من نفس الرقم. $P(A) = \frac{A_6^2 + A_4^2}{A_{10}^2} = \frac{7}{15}$

1) قيم المتغير العشوائي X الممكنة.

$X = 2$ في حالة سحب كرتين تحملان الرقم 1

$X = 3$ في حالة سحب كرتين تحملان رقمان مختلفان

$X = 4$ في حالة سحب كرتين تحملان الرقم 2

ب) قانون إحتمال المتغير العشوائي X

$$P(X=2) = \frac{A_6^2}{A_{10}^2} = \frac{1}{3}\ ،\ P(X=4) = \frac{A_4^2}{A_{10}^2} = \frac{2}{15}$$

$$P(X=3) = \frac{A_6^1 \times A_4^1 \times 2}{A_{10}^2} = \frac{8}{15}$$

x_i	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

الامل الرياضي $E(X) = \frac{14}{5}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

$f(x) = \frac{8x-3}{2x+1}$.

أ- شكل جدول تغيرات الدالة f،

$f'(x) = \frac{14}{(2x+1)^2} \succ 0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 4$

x	$3/8$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	0	4

استنتج أنّه من أجل $x \in \left[\frac{3}{8}\ ;\ +\infty\right[$ فإن:

$0 \le f(x) < 4$

بما ان f متزايدة تماما على $\left[\frac{3}{8}, +\infty\right[$ و $f\left(\frac{3}{8}\right) = 0$ ،

فان: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 4$: $f\left(\left[\frac{3}{8}, +\infty\right[\right) = [0;4[$

ب- عيّن العددين الحقيقيين α و β حيث: $(\alpha > \beta)$، حلي المعادلة $f(x) = x$

معناه: $\frac{8x-3}{2x+1} = x$ معناه: $\frac{-2x^2+7x-3}{2x+1} = 0$

معناه: $\alpha = 3$ و $\beta = \frac{1}{2}$

فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) والمستقيم (Δ) هما حلي المعادلة :

$f(x) = x$ أي $\alpha = 3$ و $\beta = \frac{1}{2}$

عيّن بيانيا وضعية (C_f) و(Δ)

x	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) تحت (Δ)

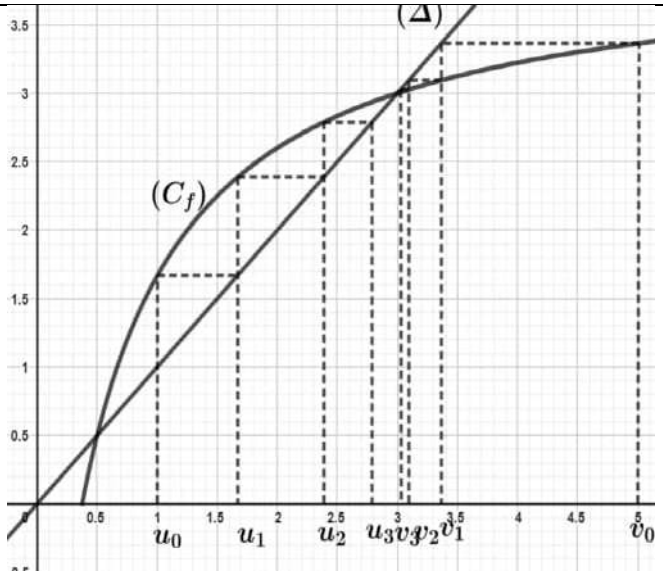
1) نعتبر المتتاليتين (u_n) و(v_n) المعرّفتين على N بـ:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \text{ و } \begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$$

أ- أعد انشاء الشكل على ورقة الإجابة ثمّ مثل على حامل محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1، u_2 و u_3

والحدود: v_0 ، v_1 و v_2

صفحة01



0.25 التخمّين (u_n) متزايدة ومتقاربة و (v_n) متناقصة ومتقاربة.

2) أ- أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ؛

نسمي الخاصية (P_n) "$1 \leq u_n \prec 3$"

0.5 التحقق من صحة (P_0) لدينا $1 \leq 1 \prec 3$ ومنه $1 \leq u_0 \prec 3$

اذن (P_0) محققة

نفرض صحة (P_n) من اجل n كيفي و نثبت صحة (P_{n+1})

لدينا: $1 \leq u_n \prec 3$ بما ان f متزايدة تماما

فان $f(1) \leq f(u_n) \prec f(3)$

أي $1 \leq \frac{5}{3} \leq u_{n+1} \prec 3$ ومنه (P_{n+1}) صحيحة

اذن من اجل كل عدد طبيعي: $1 \leq u_n \prec 3$

0.25 بنفس الطريقة نبين ان: $\mathbf{3 < v_n \leq 5}$

0.5 ب- اتجاه تغير المتتالية (u_n).

لدينا على المجال $]1;3[$ (C_f) فوق (Δ) أي: $f(x)-x \succ 0$

بما ان $1 \leq u_n \prec 3$ فان: $f(u_n)-u_n \succ 0$

أي $u_{n+1}-u_n \succ 0$ ومنه (u_n) متزايدة

اتجاه تغير المتتالية (v_n).

0.25 لدينا على المجال $]3;5[$ (C_f) تحت (Δ) أي: $f(x)-x \prec 0$

بما ان $3 \prec v_n \leq 5$ فان: $f(v_n)-v_n \prec 0$

أي $v_{n+1}-v_n \prec 0$ ومنه (v_n) متناقصة

3) أ- أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ؛

$$v_{n+1}-u_{n+1} = \frac{14}{(2v_n+1)(2u_n+1)}(v_n-u_n)$$

0.25
$$v_{n+1}-u_{n+1} = \frac{8v_n-3}{2v_n+1} - \frac{8u_n-3}{2u_n+1}$$

$$= \frac{14v_n-14u_n}{(2v_n+1)(2u_n+1)}$$

$$= \frac{14}{(2v_n+1)(2u_n+1)}(v_n-u_n)$$

0.25 استنتاج: $\mathbf{0 < v_{n+1}-u_{n+1} < \frac{2}{3}(v_n-u_n)}$

لدينا $\begin{cases} 3 \prec v_n \leq 5 \\ 1 \leq u_n \prec 3 \end{cases}$ ومنه $3-3 \prec v_n-u_n \leq 5-1$

ومنه: $0 \prec v_n-u_n$

من جهة اخري لدينا $\begin{cases} 1 \leq u_n \prec 3 \\ 3 \prec v_n \leq 5 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 3 \leq 2u_n+1 \prec 7 \\ 7 \prec 2v_n+1 \leq 11 \end{cases}$

ومنه: $21 \prec (2v_n+1)(2u_n+1) \prec 77$

ومنه: $\frac{14}{77} \prec \frac{14}{(2v_n+1)(2u_n+1)} \prec \frac{14}{21}$

ومنه: $\frac{14(v_n-u_n)}{(2v_n+1)(2u_n+1)} \prec \frac{2}{3}(v_n-u_n)$ لان $v_n-u_n \succ 0$

اذن: $\mathbf{0 < v_{n+1}-u_{n+1} < \frac{2}{3}(v_n-u_n)}$

نبين ان: $\mathbf{0 < v_n-u_n < 4\left(\frac{2}{3}\right)^n}$

لدينا: $\mathbf{0 < v_{n+1}-u_{n+1} < \frac{2}{3}(v_n-u_n)}$

0.5 بالضرب طرافا لطرف

$$\begin{cases} 0 \prec v_1-u_1 \prec \frac{2}{3}(v_0-u_0) \\ 0 \prec v_2-u_2 \prec \frac{2}{3}(v_1-u_1) \\ \vdots \\ 0 \prec v_n-u_n \prec \frac{2}{3}(v_{n-1}-u_{n-1}) \end{cases}$$

نجد: $0 \prec v_n-u_n \prec \left(\frac{2}{3}\right)^n (v_0-u_0)$

أي: $0 \prec v_n-u_n \prec 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$

0.25 استنتاج $\lim v_n-u_n$

$$0 \prec \lim_{n\to+\infty} v_n-u_n \prec \lim_{n\to+\infty} 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

ومنه $\lim_{n\to+\infty} v_n-u_n = 0$

استنتج النهاية المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n).

0.25 $$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = l$$

ومنه: $l = \frac{8l-3}{2l+1}$ معناه $\frac{-2l^2+7l-3}{2l+1} = 0$

0.25 أي $l = 3$ او $l = \frac{1}{2}$ مرفوض لان $1 \leq u_n \prec 3$

ومنه $\lim_{n\to+\infty} u_n = 3$ اذن $\lim_{n\to+\infty} v_n = \lim_{n\to+\infty} u_n = 3$

صفحة 02

التمرين الثالث : (4 نقاط)

عيّن z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (C)

0.25

$$Z_w = \frac{Z_A + Z_B}{2} = \frac{-1}{2}$$

0.5

نصف قطرها. $r = \frac{|Z_{\overline{AB}}|}{2} = \frac{|-3+4i|}{2} = \frac{5}{2}$

1) D النقطة ذات الاحقة $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$.

أكتب z_D على الشكل الجبري

$$Z_D = \frac{3+9i}{4+2i} = \frac{(3+9i)(4-2i)}{(4+2i)(4-2i)} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$$

0.5

بيّن أن D نقطة من (C). $wD = |Z_{\overrightarrow{wD}}| = \left|2 + \frac{3}{2}i\right| = \frac{5}{2} = r$

ومنه: $D \in (C)$

2) E نقطة من (C) حيث: $(\overrightarrow{\omega I}; \overrightarrow{\omega E}) = \frac{\pi}{4}$.

0.5

طويلة $z_E + \frac{1}{2}$

$$\left|Z_E + \frac{1}{2}\right| = \left|Z_E - \left(\frac{-1}{2}\right)\right| = |Z_E - Z_w| = wE = \frac{5}{2}$$

0.5

العمدة: لدينا. $(\overrightarrow{\omega I}; \overrightarrow{\omega E}) = \frac{\pi}{4}$

$$(\overrightarrow{wI}; \overrightarrow{wE}) = \arg\left(\frac{Z_E - Z_w}{Z_I - Z_w}\right) = \arg(Z_E - Z_w) - \arg(Z_I - Z_w)$$

$$= \arg\left(Z_E - \left(\frac{-1}{2}\right)\right) - \arg\left(1 - \left(\frac{-1}{2}\right)\right)$$

$$= \arg\left(Z_E + \frac{1}{2}\right) - \arg\left(\frac{3}{2}\right) = \arg\left(Z_E + \frac{1}{2}\right) - 0 = \frac{\pi}{4}$$

استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$.

$$Z_E + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$$

0.25

$$Z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$$

3) التحويل النقطي $z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}(z + \frac{1}{2})$.

معناه $\begin{cases} wM' = wM \\ (\overrightarrow{wM}; \overrightarrow{wM'}) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$ اي $\frac{Z_{M'} - Z_w}{Z_M - Z_w} = e^{i\frac{\pi}{4}}$

طبيعة التحويل R دوران مركزه النقطة w و زاويته $\frac{\pi}{4}$.

0.5

صورة النقطة F ذات اللاحقة $z_F = 2$ بالتحويل R.

$$Z' = \frac{5}{2}e^{i\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} = Z_E \text{ أي: } Z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}\left(2 + \frac{1}{2}\right)$$

0.5

التمرين الرابع: (7نقاط)

أ- التحقق أن : $f(x) = -x + e + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right)$

$$f(x) = x - e + \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$$

0.25

$$= x - e + \ln\left(1 + \frac{2}{e^{2(x-e)}}\right) = x - e + \ln\left(\frac{e^{2(x-e)} + 2}{e^{2(x-e)}}\right)$$

$$= x - e + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right) - \ln\left(e^{2(x-e)}\right)$$

$$= x - e + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right) - 2x + 2e = -x + e + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right)$$

حساب $\lim f(x)$ ، $\lim f(x)$.

0.25

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x - e + \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right) = +\infty$$

0.25

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x + e + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right) = +\infty$$

جـ- اتجاه تغير الدالة f و جدول تغيراتها .

$$f(x) = -x + e + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right)$$

0.5

$$f'(x) = -1 + \frac{2e^{2(x-e)}}{e^{2(x-e)} + 2} = \frac{e^{2(x-e)} - 2}{e^{2(x-e)} + 2}$$

إشارة المشتقة من إشارة البسط لان المقام موجب

لدينا $e^{2(x-e)} - 2 = 0$ معناه $x = \frac{\ln 2}{2} + e$

0.25

x	$-\infty$	$\frac{\ln 2}{2}+e$	$+\infty$
$e^{2(x-e)}+2$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

الدالة متناقصة تماما على $\left]-\infty; \frac{\ln 2}{2} + e\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\frac{\ln 2}{2} + e; +\infty\right[$

0.25

x	$-\infty$	$\frac{\ln 2}{2}+e$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$\frac{3\ln 2}{2}$	↗ $+\infty$

0.5

أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (D) معادلته $y = x - e$. عند $+\infty$.

0.25

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) - (x - e) = \lim_{x\to+\infty} \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right) = 0$$

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (D') معادلته $y = -x + \ln 2 + e$ عن $-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) - (-x + e + \ln 2)$$

0.25

$$= \lim_{x\to-\infty} -\ln 2 + \ln\left(e^{2(x-e)} + 2\right) = 0$$

وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

$$f(x) - (x - e) = \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$$

ندرس اشارة $1 + 2e^{-2(x-e)} - 1$

0.25

$1 + 2e^{-2(x-e)} - 1 = 2e^{-2(x-e)} \succ 0$ ومنه (C_f) فوق (D)

$$f(x)-(-x+e+\ln 2)=-\ln 2+\ln\left(e^{2(x-e)}+2\right)$$

0.25

$$=-\ln 2+\ln 2+\ln\left(\frac{e^{2(x-e)}}{2}+1\right)=\ln\left(\frac{e^{2(x-e)}}{2}+1\right)$$

ندرس إشارة $\frac{e^{2(x-e)}}{2}+1-1$

$\frac{e^{2(x-e)}}{2}\succ 0$ ومنه (C_f) فوق (D')

جـ- بين أن (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ هو محور تناظر (C_f).

0.5

من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا $\left(2\left(\frac{1}{2}\ln 2+e\right)-x\right)\in\mathbb{R}$

$$f(\ln 2+2e-x)=\ln 2+e-x+\ln\left(1+2e^{-2(\ln 2+e-x)}\right)$$

$$=\ln 2+e-x+\ln\left(1+2e^{-2\ln 2}e^{2(x-e)}\right)$$

$$=\ln 2+e-x+\ln\left(1+2\frac{e^{2(x-e)}}{e^{2\ln 2}}\right)$$

$$=\ln 2+e-x+\ln\left(1+\frac{e^{2(x-e)}}{2}\right)$$

$$=\ln 2+e-x+\ln\left(\frac{2+e^{2(x-e)}}{2}\right)$$

$$=\ln 2+e-x+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)-\ln 2$$

$$=e-x+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)=f(x)$$

1

أنشئ (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f)

0.25

تفسير العدد: $I=\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}[f(x)-(x-e)]dx$

العدد I يمثل مساحة الحيز المحصور بين (C_f) والمستقيم (D) و $x=\ln\sqrt{2}+e$ ، $x=\ln\sqrt{3}+e$

حساب العدد I_1 باستعمال التكامل بالتجزئة

0.5

$$I_1=\int_0^1\ln(x+1)dx=\left[x\ln(x+1)\right]_0^1-\int_0^1\frac{x}{x+1}dx$$

$$=\ln 2-\int_0^1 1-\frac{1}{x+1}dx=\ln 2-\left[x-\ln(x+1)\right]_0^1$$

$$=2\ln 2-1=\ln 4-1$$

بيّن أنّ: $0\le I_n\le \ln 2$

0.25

لدينا: $0\le x\le 1$ ومنه : $0\le x^n\le 1$ معناه: $1\le x^n+1\le 2$ معناه: $0\le\ln(x^n+1)\le\ln 2$ معناه:

$$0\le I_n\le\ln 2 \text{ ومنه: } 0\le\int_0^1\ln(x^n+1)dx\le\int_0^1\ln(2)dx$$

0.5

اتجاه تغير المتتالية I_n لدينا: $0\le x^{n+1}\le x^n\le 1$ ومنه:

$0\le\ln(x^{n+1}+1)\le\ln(x^n+1)\le\ln(2)$ معناه:

$I_{n+1}\le I_n$ أي معناه: $\int_0^1\ln(x^{n+1}+1)dx\le\int_0^1\ln(x^n+1)dx$

I_n متناقصة ومنه $I_{n+1}-I_n\le 0$

0.25

بما ان I_n متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة

0.5

استعمال: $\ln(1+X)\le X$ لاستنتاج أن:

$$0\le I+I_1\le\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$$

لدينا: $I=\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)dx$ و $2e^{-2(x-e)}\succ 0$

بوضع $X=2e^{-2(x-e)}$ نجد: $\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)\le 2e^{-2(x-e)}$

ومنه: $\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)dx\le\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx$

بما ان $\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)\succ 0$ فان $0\le I\le\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx$

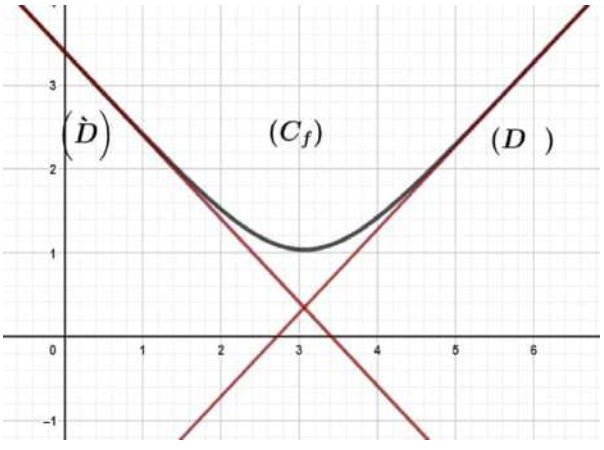
معناه: $0\le\ln 4-1\le I+I_1\le\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx+\ln 4-1$

0.25

الحصر $0\le I+I_1\le\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx+\ln 4-1$

معناه: $0\le I+I_1\le\left[-e^{-2(x-e)}\right]_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}+\ln 4-1$

معناه: $0\le I+I_1\le\frac{-5}{6}+\ln 4$ معناه: $0\le I+I_1\le\frac{1}{6}+\ln 4-1$



الموضوع الثاني:

التمرين الأوّل : (04 نقاط)

أ- ما إحتمال الحصول على كرتين جداء رقمهما سالب تماما.

0.75 $$P(A)=\frac{1\times 4\times 2}{6^2}=\frac{2}{9}$$

ب- ما إحتمال الحصول على كرة حمراء في السحب الثاني.

0.75 $$P(B)=\frac{4\times 2+2^2}{6^2}=\frac{1}{3}$$

1) نقوم الآن باستبدال الكرات الحمراء بـ n كرة بيضاء تحمل.

X يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين

أ- عيّن قيم المتغير العشوائي X

$X=2$ في حالة سحب كرتين تحملان الرقم 1

0.5 $X=3$ في حالة سحب كرة تحمل الرقم 1 وكرة تحمل الرقم 2

$X=4$ في حالة سحب كرتين تحملان الرقم 2

عرّف قانون إحتماله.

$$P(X=2)=\frac{A_3^2}{A_{n+4}^2}=\frac{6}{(n+4)(n+3)}$$

1.5 $$P(X=3)=\frac{A_3^1\times A_{n+1}^1\times 2}{A_{n+4}^2}=\frac{6(n+1)}{(n+4)(n+3)}$$

$$P(X=3)=\frac{A_{n+1}^2}{A_{n+4}^2}=\frac{n(n+1)}{(n+4)(n+3)}$$

x_i	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{(n+4)(n+3)}$	$\frac{6(n+1)}{(n+4)(n+3)}$	$\frac{n(n+1)}{(n+4)(n+3)}$

0.5 بيّن أن الأمل الرياضياتي $E(X)=\frac{4n^2+22n+30}{(n+4)(n+3)}$

التمرين الثاني:(04نقاط)

(u_n) معرفة بـ: $u_0=-1$ ، $u_1=\frac{1}{2}$

و $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$.

3) أحسب u_2: $u_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 0.25

(u_n) ليست حسابية وليست هندسية.

0.25 بما ان $u_0+u_2\neq 2u_1$ فان المتتالية ليست حسابية

0.25 بما ان $u_0\times u_2\neq (u_1)^2$ فان المتتالية ليست هندسية

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$.

نبيّن أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل

0.75
$$v_{n+1}=u_{n+2}-\frac{1}{2}u_{n+1}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n-\frac{1}{2}u_{n+1}$$
$$=\frac{1}{2}u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n=\frac{1}{2}\left(u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n\right)=\frac{1}{2}v_n$$

ومنه (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

0.25 وحدها الأول: $v_0=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

0.5 عبارة v_n بدلالة n. $v_n=\frac{1}{2^n}$

1) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n=\frac{u_n}{v_n}$.

بيّن أن المتتالية (w_n) حسابية

0.5
$$w_{n+1}=\frac{u_{n+1}}{v_{n+1}}=\frac{v_n+\frac{1}{2}u_n}{\frac{1}{2}v_n}=\frac{v_n}{\frac{1}{2}v_n}+\frac{\frac{1}{2}u_n}{\frac{1}{2}v_n}$$
$$=2+\frac{u_n}{v_n}=2+w_n$$

0.25 (w_n) حسابية أساسها $r=2$ و حدها الأول: $w_0=\frac{u_0}{v_0}=-1$

0.5 عبارة (w_n) بدلالة n. $w_n=2n-1$

2) أ نبين ان: $u_n=\frac{2n-1}{2^n}$.

0.25 لدينا $w_n=\frac{u_n}{v_n}$ ومنه $u_n=v_n\times w_n$ اذن $u_n=\frac{2n-1}{2^n}$

ب-نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$ ،

نبين ان: $S_n=2-\frac{2n+3}{2^n}$.

0.75
$$s_n=u_0+u_1+u_2+u_3+\ldots\ldots+u_n$$
$$s_n=w_0v_0+w_1v_1+w_2v_2+w_3v_3+\ldots\ldots+w_nv_n$$
$$\frac{1}{q}s_n=\frac{1}{q}w_0v_0+\frac{1}{q}w_1v_1+\frac{1}{q}w_2v_2+\frac{1}{q}w_3v_3+\ldots\ldots+\frac{1}{q}w_nv_n$$
$$\frac{1}{q}s_n=\frac{1}{q}w_0v_0+w_1v_0+w_2v_1+w_3v_2+\ldots\ldots+w_nv_{n-1}$$
$$s_n=w_0v_0+w_1v_1+w_2v_2+w_3v_3+\ldots\ldots+w_nv_n$$
$$\frac{1}{q}s_n-s_n=\frac{1}{q}w_0v_0+rv_0+rv_1+rv_2+\ldots\ldots+rv_{n-1}-w_nv_n$$
$$2s_n-s_n=-2+2\left(\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}\right)-\frac{2n-1}{2^n}$$
$$s_n=-2+4-\frac{4}{2^n}-\frac{2n-1}{2^n}=2-\frac{2n+3}{2^n}$$

جـ- أحسب $\lim u_n$.

0.5
$$\lim_{x\to+\infty}u_n=\lim_{x\to+\infty}\frac{2n-1}{2^n}=0$$

التمرين الثالث : (5 نقاط)

1) حل في C ، المعادلة ذات المجهول z:

$$(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$$

معناه: $z^2+2z+4=0$ او $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ 0.5

ومنه $\Delta_1=-4$ و $\Delta_2=-12$

اذن $\begin{cases} z_1=\sqrt{3}-i \\ z_2=\sqrt{3}+i \end{cases}$ و $\begin{cases} z_3=-1-\sqrt{3}i \\ z_2=-1+\sqrt{3}i \end{cases}$ 0.5

A، B، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=-1+i\sqrt{3}$.

أكتب كلا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي.

$|z_A|=2$ و $\begin{cases} \cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta=\frac{1}{2} \end{cases}$ ومنه $\arg(z_A)=\frac{\pi}{6}+2k\pi$

ومنه: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ 0.25

لدينا: $z_B=\overline{z}_A$ ومنه $|z_A|=|z_B|=2$ و 0.25

$z_B=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ اذن $\arg(z_B)=-\arg(z_A)=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ 0.25

بنفس الطريقة نجد: $z_C=2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ و $z_D=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ 0.25

تحقق أن: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}$ ،

$$\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=\frac{-1+i}{1+i}=i$$ 0.5

استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان. 0.25

$$\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BD}\right)=\arg\left(\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}\right)=\arg(i)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

$$(BD)\perp(AC)$$

1) z_n العدد المركب الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $n\frac{2\pi}{3}$ عمدة له والعدد المركب l_n المعرف بـ: $l_n=z_D\times z_n$.

أ. أكتب كلا من l_0 ، l_1 على الشكل الجبري.

$$z_n=\frac{1}{2^n}e^{i\frac{2\pi}{3}n}$$

$$l_0=2e^{i\frac{2\pi}{3}}\times\frac{1}{2^0}e^{i0}=-1+i\sqrt{3}$$ 0.5

$$l_1=2e^{i\frac{2\pi}{3}}\times\frac{1}{2^1}e^{i\frac{2\pi}{3}}=\frac{-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$$ 0.5

أ. المتتالية المعرّفة كما يلي: $u_n=|l_n|$.

أثبت أن المتتالية (u_n) هندسية

$$u_n=|l_n|=\left|\frac{1}{2^n}e^{i\frac{2\pi}{3}n}\times 2e^{i\frac{2\pi}{3}}\right|=\frac{2}{2^n}$$ 0.5

(u_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدّها الأوّل $u_0=2$. 0.25

أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث:

$$S_n=\|\overrightarrow{OM_0}\|+\|\overrightarrow{OM_1}\|+\cdots+\|\overrightarrow{OM_n}\|.$$

$s_n=u_0+u_1+u_2+....+u_n$ 0.25

$$=2\frac{1-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}=4\left(1-\frac{1}{2^{n+1}}\right)$$

- أحسب $\lim S_n$.

$\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=4$ 0.25

التمرين الرابع: (7نقاط)

g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x)=-4e^{2x}+17e^x-4.$$

بيّن أنّ 0.25

$g(x)=-4(e^x-4)(e^x-\frac{1}{4})$ ؛

استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$-ln4$		$ln4$		$+\infty$
$ex-4$	$-$		$-$	0	$+$		
$ex-1/4$	$-$	0	$+$		$+$		
-2	$-$		$-$		$-$		
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

0.25

f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{(4x+9)e^x-4x}{9(1-e^x)}$

بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ، 0.25

$$f(x)=-\frac{4}{9}x+\frac{e^x}{1-e^x}.$$

4) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x: 0.25

$$f(x)=\frac{-4}{9}x-1+\frac{1}{1-e^x}.$$

5) أحسب نهايات الدالة f 0.25

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ،، 0.25

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ 0.25

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=+\infty$ 0.25

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$

1) نبين أنّ $f'(x)=\frac{g(x)}{9\,(1-e^x)^2}$ ؛ $f'(x)$.

إشارة المشتق

x	$-\infty$		$-ln4$		0		$ln4$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	

اتجاه تغير الدالة f

الدالة متناقصة تماما على كلا المجالين $]-\infty;-\ln 4]$ ، $[\ln 4;+\infty[$

ومتزايدة تماما على كلا المجالين $[-\ln 4;0]$ ، $[0;\ln 4]$

شكل جدول تغيراتها.

x	$-\infty$		$-ln4$		0		$ln4$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{8}{9}ln2+\frac{1}{3}$	$\nearrow$		$\nearrow$	$-\frac{8}{9}ln2-\frac{1}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

2) بيّن أنّ: $f(-x)=-1-f(x)$.

معناه: $f(-x)+f(x)=-1$

ا الاستنتاج: $w\left(0;\frac{-1}{2}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f)

3) أ- بيّن أنّ (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) ومعادلتين لهما على الترتيب

$y=-\frac{4}{9}x-1$ و $y=-\frac{4}{9}x$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)-\left(\frac{-4}{9}x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{1-e^x}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-\left(\frac{-4}{9}x-1\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{1-e^x}=0$$

ب-أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ_1)

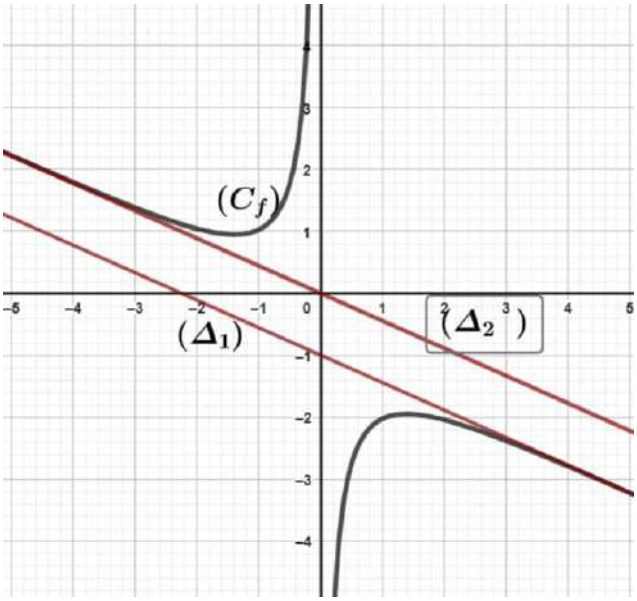
$$f(x)-\left(\frac{-4}{9}x-1\right)=\frac{1}{1-e^x}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1)	(C_f) فوق (Δ_1)				(C_f) تحت (Δ_1)

أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ Δ_2

$$f(x)-\left(\frac{-4}{9}x\right)=\frac{e^x}{1-e^x}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1)	(C_f) فوق (Δ_1)				(C_f) تحت (Δ_1)



1) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{1-e^x}=m$.

$$\frac{-4x}{9}+\frac{e^x}{1-e^x}=\frac{-4x}{9}+m$$

$$f(x)=\frac{-4x}{9}+m$$

$m\prec -1$ يوجد حل واحد موجب

$-1\le m\le 0$ لا يوجد حلول

$m\succ 0$ يوجد حل واحد سالب

2) أ- عيّن مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ_2) المستقيمين الذين معادلتهما $x=-ln4$ و $x=\lambda$ مع $\lambda<-ln4$.

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{-\ln 4} f(x)-\left(\frac{-4}{9}x\right)dx=\int_{\lambda}^{-\ln 4}\frac{e^x}{1-e^x}dx$$

$$=\left[\ln\left(1-e^x\right)\right]_{\lambda}^{-\ln 4}=-\ln\left(\frac{3}{4}\right)+\ln\left(1-e^{\lambda}\right)$$

ب- أحسب $\lim A(\lambda)$.

$$\lim_{x\to-\infty} A(\lambda)=-\ln\left(\frac{3}{4}\right)$$