

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

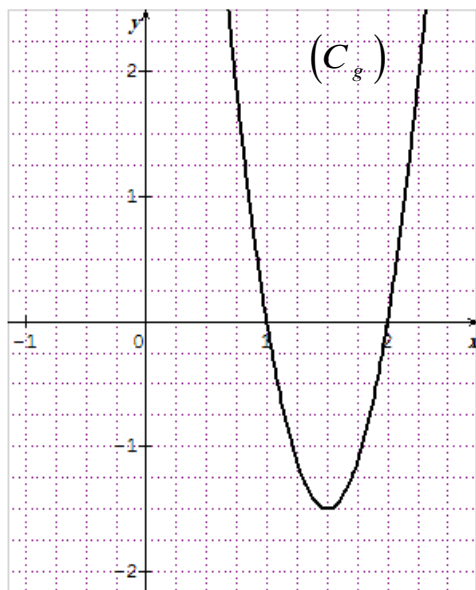
1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.
2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2014^{1435} على 7.
3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $(4 \times 5^{6n+1} - 3 \times 2014^{1435} + 2 \times 25^{6n})$ يقبل القسمة على 7.
4. عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $2014^{1435} + 2n + 1 \equiv 0 [7]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$

1. أ - أحسب $u_1; u_2$.
- ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 6$.
- ج - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة.
2. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_n - 6$.
- أ - عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n ، ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n) (يطلب تعيين أساسها وحدها الأول).
- ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = (-5) \left(\frac{1}{3} \right)^n$.
3. أحسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)



g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 6x^2 - bx + c$ حيث $b; c$ عدنان حقيقيان. (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد

و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (أنظر الشكل المقابل)

I. بقراءة بيانية :

1. عين $g(1)$ ، $g(2)$ و $g'(\frac{3}{2})$.

2. عين العدنان الحقيقيان $b; c$.

3. عين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ - بين أن النقطة $A(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A .

3. أ - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$

ب - استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

ج - أحسب $f(0)$ ثم ارسم (C_f) و (T) .

د - حل بيانيا المعادلة : $f(x) = -1$.

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي k نضع : $A_k = 2^k + 3^k + 4^k + 5^k + 6^k$.

1. تحقق أن : $4 \equiv -3[7]$ ، ثم بين أن : $A_3 \equiv 6[7]$

2. أ - أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 5^n على 7.

ب - أوجد باقي القسمة الإقليدية للعددين A_{2014} و A_{1435} على 7.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1. (v_n) متتالية حسابية حدّها الأول v_1 وأساسها r .

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = 24 \\ v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 74 \end{cases}$$

أ - عين الحد الأول v_1 و الأساس r علماً أن :

ب - أكتب v_n بدلالة n ، ثم عين أصغر عدد طبيعي n يحقق : $v_n > 6023$.

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

* بين أن : $2S_n = n(3n + 7)$ ، ثم عين العدد الطبيعي غير المعدوم n حتى يكون : $S_n = 153$.

3. لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $u_1 = 1$ و $u_{n+1} = 3u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

أ - عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

ب - عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية.

ج - أحسب المجموع S'_n بدلالة n في الحالتين $\alpha = -2$ و $\alpha = 0$ حيث : $S'_n = (v_1 - u_1) + (v_2 - u_2) + \dots + (v_n - u_n)$

f دالة عددية معرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ: $f(x) = 2 - \frac{1}{x-2}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ - تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$: $f(x) = \frac{2x-5}{x-2}$

ب - أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات التعريف المفتوحة.

ج - أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ - عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ، ثم استنتج إحداثيتي النقطة I مركز تناظر المنحنى (C_f) .

ب - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) كل منهما يوازي المستقيم (Δ) ذو المعادلة $2x - 2y - 1 = 0$

ثم أكتب معادلتيهما .

3. أ - أرسم (C_f) و المماسين (T_1) و (T_2) .

ب - بين أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة : $y = 2x - 5$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيينها .

الإجابة النموذجية للبيكالوريا التجريبية شعبة آداب و فلسفة
الموضوع الأول: التمرين الأول:

1. دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7:

$$5^3 \equiv 6[7]; 5^2 \equiv 4[7]; 5^1 \equiv 5[7]; 5^0 \equiv 1[7]$$

$$5^6 \equiv 1[7]; 5^5 \equiv 3[7]; 5^4 \equiv 2[7]; k \in \mathbb{N}$$

n	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
الباقى	1	5	4	6	2	3

2. تعيين باقى القسمة الإقليدية للعدد 2014^{1435} على 7:
 $2014^{1435} \equiv 5^{6 \times 239 + 1} [7] \equiv 5[7]$ لأن:

$$2014 \equiv 5[7]; 1435 = 6 \times 239 + 1$$

3. نبين $(4 \times 5^{6n+1} - 3 \times 2014^{1435} + 2 \times 25^{6n})$ يقبل القسمة على 7:

$$(4 \times 5^{6n+1} - 3 \times 2014^{1435} + 2 \times 25^{6n}) \equiv (20 - 15 + 2)[7] \equiv 0[7]$$

4. تعيين الأعداد الطبيعية n حيث: $2014^{1435} + 2n + 1 \equiv 0[7]$

$$5 + 2n + 1 \equiv 0[7] \text{ معناه } 2014^{1435} + 2n + 1 \equiv 0[7]$$

$$4 \times 2n \equiv 4 \times 1[7] \text{ معناه } 2n \equiv -6[7]$$

$$\text{إذن: } n \equiv 4[7] \text{ ومنه: } n = 7k + 4; k \in \mathbb{N}$$

التمرين الثانى :

1. أ. حساب الحدود $u_2; u_1$: $u_2 = \frac{49}{9}; u_1 = \frac{13}{3}$

ب. نبرهن بالتراجع أن $1 \leq u_n \leq 6$:

لتكن الخاصية $1 \leq u_n \leq 6 : p(n)$

1. من أجل: $1 \leq u_0 = 1 \leq 6; n = 0$ ومنه: $p(0)$ صحيحة.

2. نفرض صحة الخاصية $p(n)$ ونبرهن صحة $p(n+1)$

لدينا: $1 \leq u_n \leq 6$... (1) بضرب طرفي المتباينة (1) في $\frac{1}{3}$

ثم بإضافة 4 نجد: $1 \leq \frac{1}{3} + 4 \leq \frac{1}{3}u_n + 4 \leq \frac{1}{3} \times 6 + 4$

ومنه: $1 \leq u_{n+1} \leq 6$ ، إذن $p(n+1)$ صحيحة.

من 1 و 2 حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أن: $1 \leq u_n \leq 6$

ج. نبين أن المتتالية (u_n) متزايدة: $u_{n+1} - u_n \geq 0$

(u_n) متزايدة معناه $u_{n+1} - u_n \geq 0$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}u_n + 4 - u_n = \frac{2}{3}(6 - u_n) \geq 0 \text{ ومنه: } (u_n) \text{ متزايدة}$$

2. أ. التعبير عن v_{n+1} بدلالة v_n لدينا: $v_{n+1} = u_{n+1} - 6$

$$\text{ومنه: } v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 = \frac{1}{3}(u_n - 6) = \frac{1}{3}v_n$$

هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ وحدها الأول: $v_0 = u_0 - 6 = -5$

ب. نبين أن $v_n = (-5)\left(\frac{1}{3}\right)^n$ لدينا: $v_n = v_0 q^n = (-5)\left(\frac{1}{3}\right)^n$

ج. أحسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

$$S_n = v_0 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} \right) = \left(\frac{-15}{2} \right) \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right)$$

التمرين الثالث:

1. تعيين: $g'(1) = g'(2) = g'\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

2. تعيين العددين الحقيقيين $c; b$: $g'(x) = 12x - b$

$$\text{ومنه: } \begin{cases} g(1) = 6(1)^2 - b(1) + c = 0 \\ g(2) = 6(2)^2 - 2b + c = 0 \\ g'\left(\frac{3}{2}\right) = 12\left(\frac{3}{2}\right) - b = 0 \end{cases}$$

3. تعيين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
إشارة $g(x)$	+	-	+	+

II. 1. دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها:

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = g(x) \text{ ومنه:}$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow (-1)$	$\nearrow +\infty$

2. أ. نبين أن $A\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) :

$$g'(x) = 12x - 18 = g''(x) \text{ ، إشارة } g''(x) \text{ نفس إشارة } g'(x)$$

$g'(x)$ تتعدم مغيرة إشارتها عند $x = \frac{3}{2}$ (من (C_g)) ومنه:

$$g''\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \text{ و } x = \frac{3}{2} \text{ عند } g''(x) \text{ تتعدم مغيرة إشارتها عند}$$

إذن: $A\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

ب. كتابة معادلة المماس (T) في النقطة A :

$$(T): y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{4} \text{ ومنه: } (T): y = f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right)$$

3. أ. التحقق أن $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$

$$f(x) = (x-1)^2(2x-5) = (x^2 - 2x + 1)(2x-5) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$$

ب. استنتاج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل :

$$f(x) = y = 0 \text{ معناه } (x-1)^2(2x-5) = 0 \text{ معناه } x = 1; x = \frac{5}{2}$$

$$\text{ومنه: } (C_f) \cap (xx') = \left\{ B(1,); C\left(\frac{5}{2}, \right) \right\}$$

ج. حساب $f(0)$ ثم رسم (C_f) و (T) : $f(0) = -5$

د. الحل البياني للمعادلة $f(x) = -1$: $S = \{2\}$

لدينا $A_{1435} = 2^{1435} + 3^{1435} + 4^{1435} + 5^{1435} + 6^{1435}$
لدينا: $4 \equiv -3[7]$ ومنه: $4^{1435} \equiv (-3)^{1435} [7]$ أي: $4^{1435} \equiv -3^{1435} [7]$
ولدينا $5 \equiv -2[7]$ ومنه: $5^{1435} \equiv (-2)^{1435} [7]$ أي: $5^{1435} \equiv -2^{1435} [7]$
ولدينا $6 \equiv -1[7]$ ومنه: $6^{1435} \equiv (-1)^{1435} [7]$ أي: $6^{1435} \equiv -1[7]$
ومنه: $2^{1435} + 3^{1435} + 4^{1435} + 5^{1435} + 6^{1435} \equiv (2^{1435} + 3^{1435} - 3^{1435} - 2^{1435} - 1)[7]$
معناه: $A_{1435} \equiv -1[7]$ إذن: $A_{1435} \equiv 6[7]$

التمرين الثاني:

(v_n) م. حسابية حدها الأول v_1 حيث: $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = 24 \\ v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 74 \end{cases}$

أ. حساب الحد الأول u_1 والأساس r :

بما أن (v_n) م. حسابية فإن $v_2 = v_1 + r$ ومنه $v_1 + v_2 + v_3 = 24$

تكافئ $3v_1 = 24$ أي أن $v_1 = 8$

وكذلك: $v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 74$

ومنه $(v_2 + 2r) + (v_2 + 3r) + (v_2 + 4r) + (v_2 + 5r) = 74$

تكافئ $4v_2 + 14r = 74$ أي أن $4 \times 8 + 14r = 74$ إذن $r = 3$

ولدينا $v_2 = v_1 + r$ ومنه $v_2 = 8 + 3 = 11$

ب. كتابة v_n بدلالة n : لدينا من أجل كل عدد طبيعي n

$v_n = v_1 + (n-1)r$ ومنه $v_n = 8 + 3(n-1)$ أي أن $v_n = 3n + 5$

تعيين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $v_n > 6044$

$v_n > 6044$ تكافئ $3n + 5 > 6044$ إذن $n > 2014$

أي أصغر قيمة لـ n هي: $n = 2015$

2. تبين أن $2S_n = n(3n + 7)$:

$S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{n}{2}(v_1 + v_n)$ ومنه: $2S_n = n(3n + 7)$

$= \frac{n}{2}[5 + (3n + 2)] = \frac{n}{2}(3n + 7)$

تعيين العدد الطبيعي غير المعدوم n حتى يكون: $S_n = 153$

لدينا: $S_n = 153$ ومنه: $2S_n = 306$ ومنه $n(3n + 7) = 306$

أي: $3n^2 + 7n - 306 = 0$ نحل المعادلة نجد: $\Delta = 3721$; $\sqrt{\Delta} = 61$

ومنه $n_1 = 9$ و $n_2 = -\frac{34}{3}$ (مرفوض)

3. أ. تعيين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة:

لدينا (u_n) متتالية ثابتة معناه: $u_{n+1} = u_n = u_1 = 1$ ولدينا:

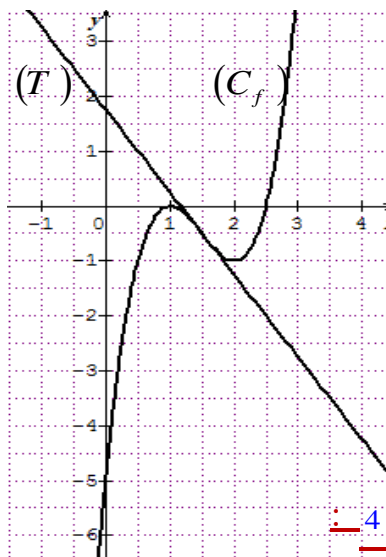
تكافئ: $u_{n+1} = 3u_n + \alpha$ أي: $1 = 3 + \alpha$ أي: $\alpha = -2$

ب. تعيين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية:

لدينا (u_n) متتالية هندسية معناه: $u_{n+1} = qu_n$ حيث q عدد حقيقي

ولدينا: $u_{n+1} = 3u_n + \alpha$ ومنه: $\alpha = 0$ و $q = 3$

حساب المجموع S'_n بدلالة n :



الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

1. التحقق من أن: $4 \equiv -3[7]$:

لدينا: $4 - (-3) = 7$ إذن $4 \equiv -3[7]$

• إثبات أن: $A_3 = 6[7]$:

لدينا $A_k = 2^k + 3^k + 4^k + 5^k + 6^k$ أي أن: $A_3 = 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$

لدينا: $4 \equiv -3[7]$ ومنه: $4^3 \equiv (-3)^3 [7]$ أي: $4^3 \equiv -3^3 [7]$

ولدينا $5 \equiv -2[7]$ ومنه: $5^3 \equiv (-2)^3 [7]$ أي: $5^3 \equiv -2^3 [7]$

ولدينا $6 \equiv -1[7]$ ومنه: $6^3 \equiv (-1)^3 [7]$ أي: $6^3 \equiv -1[7]$

$A_3 \equiv -1[7]$ معناه $2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 \equiv (2^3 + 3^3 - 3^3 - 2^3 - 1)[7]$

إذن: $A_3 \equiv 6[7]$

2. أ. تعيين بواقي قسمة العدد 2^n على 7 حسب قيم n :

$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$
باقي قسمة 2^n على 7	1	2	4

تعيين بواقي قسمة العدد 5^n على 7 حسب قيم n :

$n =$	$6k$	$6k + 1$	$6k + 2$	$6k + 3$	$6k + 4$	$6k + 5$
باقي قسمة 5^n على 7	1	5	4	6	2	3

ب. تعيين باقي قسمة A_{2014} على 7: لدينا

$A_{2014} = 2^{2014} + 3^{2014} + 4^{2014} + 5^{2014} + 6^{2014}$

ولدينا: $2014 = 671 \times 3 + 1$ ومنه $2^{2014} \equiv 2[7]$

ولدينا $2014 = 335 \times 6 + 4$ إذن $5^{2014} \equiv 2[7]$

ولدينا: $6 \equiv -1[7]$ ومنه: $6^{2014} \equiv (-1)^{2014} [7]$ أي: $6^{2014} \equiv 1[7]$

ولدينا: $3 \equiv -4[7]$ ومنه: $3^{2014} \equiv (-4)^{2014} [7]$ أي: $3^{2014} \equiv 4^{2014} [7]$

$3^{2014} \equiv (2^2)^{2014} [7] \equiv 2^{4028} [7]$ ومنه $3^{2014} \equiv 2^{4028} [7]$ أي أن: $3^{2014} \equiv 2^{4028} [7]$

$2^{4028} \equiv 4[7]$ إذن $2^{4028} \equiv 4[7]$ ومنه $4028 = 1342 \times 3 + 2$

ولدينا: $4^{2014} \equiv (2^2)^{2014} [7] \equiv 2^{4028} [7]$ ومنه $4^{2014} \equiv 4[7]$

ولدينا: $2^{4028} \equiv 4[7]$ ومنه $4^{2014} \equiv 4[7]$

ومنه: $2^{2014} + 3^{2014} + 4^{2014} + 5^{2014} + 6^{2014} \equiv (2 + 4 + 4 + 2 + 1)[7]$

ومنه: $2^{2014} + 3^{2014} + 4^{2014} + 5^{2014} + 6^{2014} \equiv 13[7]$

لكن: $13 \equiv 6[7]$ إذن: $A_{2014} \equiv 6[7]$

تعيين باقي قسمة A_{1435} على 7:

$y = 2$ معادلة مستقيم مقارب أفقي لـ (C_f) في جوار $-\infty$ و $+\infty$
 $x = 2$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور الترتيب
 نستنتج أن: $I(2; 2)$ نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

ب. إثبات أن (C_f) يقبل مماسين موازيين لـ (Δ)

لدينا (Δ) مستقيم معادلته $2x - 2y - 1 = 0$ أي $y = x - \frac{1}{2}$: (Δ)

$f'(x) = 1$ معناه: $\frac{1}{(x-2)^2} = 1$ أي أن $(x-2)^2 = 1$

ومنه $x^2 - 4x + 3 = 0$ ، لدينا $\Delta = 4$ إذن: $x_1 = 1$ أو $x_2 = 3$
 ومنه: المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما هو 1 عند

النقطتين $A(1; 3)$ و $B(3; 1)$

معادلة المماس (T) عند A : $y = x + 2$

معادلة المماس (T') عند B : $y = x - 2$

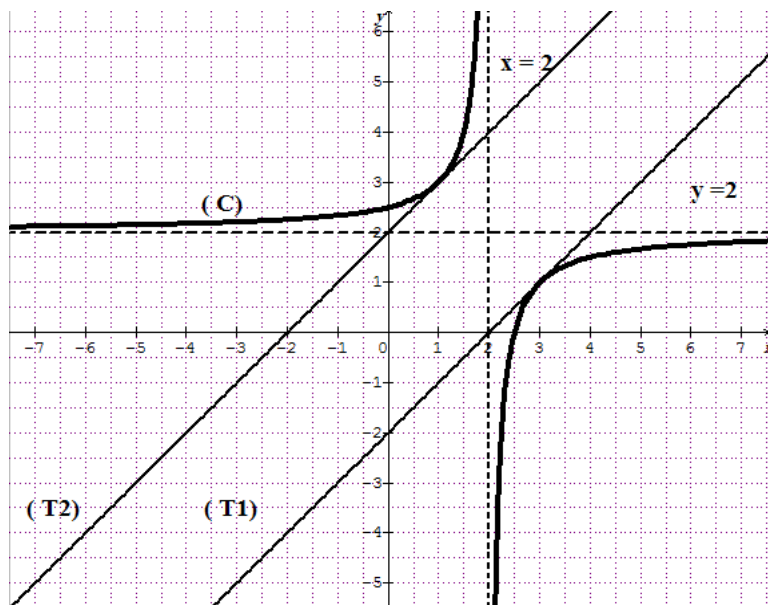
ب. تعيين نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 5$

$f(x) = 2x - 5$ تكافئ $\frac{2x-5}{x-2} = 2x - 5$ ومنه $2x - 5 = (x-2)(2x-5)$

أي أن $(x-2)(2x-5) - (2x-5) = 0$ ومنه $2x^2 - 11x + 15 = 0$ ، $\Delta = 1$ ، $x_1 = \frac{5}{2}$ ، $x_2 = 3$

ومنه (C_f) يقطع المستقيم (Δ') في النقطتين $A(\frac{5}{2}; 0)$ و $B(3; 1)$

3. أ. إنشاء المنحنى (C_f) والمماسين (T) و (T')



في حالة $\alpha = -2$: لدينا (u_n) متتالية ثابتة ومنه

$$\begin{aligned} S'_n &= (v_1 - u_1) + (v_2 - u_2) + \dots + (v_n - u_n) \\ &= (v_1 + v_2 + \dots + v_n) - (u_1 + u_2 + \dots + u_n) \\ &= S_n - (1 + 1 + \dots + 1) \\ &= \frac{n}{2}(3n + 7) - n \end{aligned}$$

في حالة $\alpha = 0$:

لدينا: (u_n) م. هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $u_1 = 1$

$$\begin{aligned} S'_n &= (v_1 - u_1) + (v_2 - u_2) + \dots + (v_n - u_n) \\ &= (v_1 + v_2 + \dots + v_n) - (u_1 + u_2 + \dots + u_n) \\ &= S_n - \left[u_1 \left(\frac{1 - q^n}{1 - q} \right) \right] \\ &= \frac{n}{2}(3n + 7) - \left[\frac{1 - 3^n}{1 - 3} \right] \\ &= \frac{n}{2}(3n + 7) + \frac{1 - 3^n}{2} \end{aligned}$$

التمرين الثالث :

1. أ. التحقق أن $f(x) = \frac{2x-5}{x-2}$ من أجل كل x

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x-2} = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = \frac{2x-5}{x-2} :]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

ب. حساب نهايات الدالة f : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ هو مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C) في جوار $-\infty$ و $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) موازي لمحور الترتيب.

ج. دراسة اتجاه تغير الدالة f :

f تقبل الاشتقاق على D ودالتها المشتقة f' معرفة بـ :

$$f'(x) = \frac{2(x-2) - (2x-5)}{(x-2)^2} = \frac{1}{(x-2)^2}$$

نلاحظ أن $f'(x) > 0$ من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

ومنه f متزايدة تماماً على المجالين $]2; +\infty[$ و $]-\infty; 2[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

2. أ. تعيين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)