

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

α عدد أولي.

نعتبر العدد الطبيعي N_α الذي يكتب في نظام التعداد الذي أساسه 5 كما يلي: $N_\alpha = \overline{\alpha 010\alpha}^5$.

1. أكتب N_α في النظام العشري.
2. عيّن العدد الطبيعي α_0 الذي من أجله N_{α_0} يقبل القسمة على 11.

3. تحقق أنّ N_{α_0} حلّ للجملة : (S) $\begin{cases} n \equiv 1[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$.

4. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $3x - 8y = 6$.

5. استنتج مجموعة حلول الجملة (S) في $\mathbb{Z}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = \frac{7u_n + 2}{u_n + 8}$.

أ. ماهي قيم العدد الحقيقي u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة؟

ب. نضع : $u_0 = 10$. أحسب u_1 و u_2 .

ج. أثبت أنّ جميع حدود المتتالية (u_n) من نفس الإشارة.

د. برهن بالتراجع أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

هـ. هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برّر إجابتك.

2. نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

أ. أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

ب. أكتب u_n بدلالة n .

ج. بيّن أنّ المتتالية (v_n) متقاربة و استنتج $\lim u_n$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

نعتبر العدد المركب L حيث : $L = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$.

1. تحقق أنّ : $L^2 = -\sqrt{3} - i$.
2. أحسب طويّلة و عمدة العدد L^2 .
3. إستنتج طويّلة و عمدة العدد L .
4. اكتب العدد L على الشكل المثلثي.
5. إستنتج القيمة المضبوطة لكلّ من العددين الحقيقيّين : $\cos\left(\frac{19\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{19\pi}{12}\right)$.
6. ماهي مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون L^n عدداً حقيقياً؟

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f_λ للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بالعلاقة : $f_\lambda(x) = \frac{x^2 - \lambda x}{x^2 - 1}$ حيث λ وسيط حقيقي.

و ليكن المنحنى (C_λ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أدرس تغيّرات الدالة f_2 ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
2. أرسم المنحنى (C_2) .
3. اشرح كيفية إنشاء (C'_2) المنحنى البياني الذي معادلته : $y = -|f(x)|$ ، ثم أنشئه .
4. عيّن العددين الحقيقيّين α و β بحيث من أجل كلّ عدد حقيقي x يختلف عن -1 و 1 :

$$f(x) = 1 + \frac{\alpha}{x+1} + \frac{\beta}{x-1}$$

5. أحسب مساحة الحيز المحدّد بالمنحنى (C_2) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=3$ و $x=4$.

II. 1. تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 و 1 : $f'_\lambda(x) = \frac{\lambda x^2 - 2x + \lambda}{(x^2 - 1)^2}$.

2. أدرس تغيّرات الدالة f_k ثم شكّل جدول تغيّراتها من أجل : $|\lambda| > 1$.
 3. ماهي قيم الوسيط الحقيقي λ التي من أجلها تكون مماسّات المنحنى (C_λ) موازية لحامل محور الفواصل؟
 4. قارن بين $f_\lambda(x)$ و $f_{-\lambda}(-x)$ ، ثم إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_λ) مع المنحنى $(C_{-\lambda})$.
- إنتهى الموضوع الأوّل.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب ب : صحيح أو خطأ - مع التبرير - على كلّ عبارة من العبارات التالية :

1. من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $n^2 + n + 41$ عدد أولي.

2. من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $\frac{2n^2 + 2n + 3}{3n^2 + 3n + 4}$ عدد ناطق.

3. مجموعة الأعداد الصحيحة x التي من أجلها يكون العدد $x^2 - 3x + 4$ قابلا للقسمة على 7 هي : $x = 7k + 4$.

4. حجم الجسم الناتج عن دوران منحنى الدالة $f : x \mapsto \sqrt{2 - x^2}$ حول حامل محور الفواصل والمحدّد بالمستقيمين اللذان معادلة كلّ منهما : $x = 0$ و $x = \sqrt{2}$ يساوي : $\frac{4\sqrt{2}\pi}{3}uv$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 & ; & u_1 = \alpha \\ u_{n+1} = k \cdot u_n - (k-1)u_{n-1} \end{cases}$$

حيث α عدد حقيقي غير معدوم و k عدد حقيقي يختلف عن 0 ، 1 و 2 .

1. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $v_n = u_{n+1} - u_n$.

أ. برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية .

ب. أكتب عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) .

2. نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $w_n = u_{n+1} - (k-1)u_n$.

أ. برهن أنّ المتتالية (w_n) ثابتة.

ب. أكتب w_n بدلالة α .

ج. استنتج u_n بدلالة v_n ، w_n و k ثمّ بدلالة k ، α و n .

3. نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} t_0 = 1 & ; & t_1 = e^\alpha \\ t_{n+2} = \frac{(t_{n+1})^k}{(t_n)^{k-1}} \end{cases}$$

أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $t_n > 0$.

ب. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $\ln t_n = u_n$.

ج. استنتج t_n بدلالة k ، α و n .

د. ناقش حسب قيم العددين الحقيقيين k و α : $\lim u_n$.

التمرين الرابع : (04 نقاط)

يحتوي وعاء على n كرية بيضاء ، حيث $n \geq 2$ خمس كريّات حمراء و ثلاث كريّات خضراء ، جميع الكريّات متماثلة و لا نفرّق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريّتين من الوعاء ، ونعتبر الحادثتين :

• A_n " الكريّتان المسحوبتان لونهما أبيض "

• B_n " الكريّتان المسحوبتان لهما نفس اللون "

1. ا. بيّن أنّ : $P(A_n) = \frac{n^2 - n}{n^2 + 15n + 56}$.

ب. أحسب $P(B_n)$ ، ثمّ جد عدد الكريّات التي من أجلها يكون $P(B_n) = \frac{8}{55}$.

2. نضيف كريّتين سوداوين إلى الكيس ، و نسحب عشوائيا أربع كريّات منه على التّوالي مع إرجاع الكرية المسحوبة .

– أحسب احتمال الحادثة : C_n " الحصول على أربع كريّات مختلفة اللون " .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. نعتبر الدّالة العددية g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = x - 1 + 2 \ln(x - 1)$ وليكن المنحنى (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيّرات الدّالة g على مجموعة تعريفها ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فصلتها x_0 حيث : $\frac{3}{2} < x_0 < \frac{7}{4}$

3. أرسم المنحنى (C_g) .

II. نعتبر الدّالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالعلاقة : $f(x) = x - 1 + \ln(x - 1)^2$ وليكن المنحنى (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السّابق.

1. أدرس تغيّرات الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ المنحنى (C_g) جزء من المنحنى (C_f) ، ثمّ أنشئ (C_f) .

3. 1. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع المستقيم الذي معادلته : $y = x + 1$ في نقطتين متميزتين A و B يُطلبُ تعيين إحداثيي كلّ منهما.

2. أكتب معادلة كلّ من مماسّي المنحنى (C_f) عند النّقطتين A و B ، ثمّ بيّن أنّ نقطة تقاطعهما تنتمي إلى المستقيم الذي معادلته : $x = 1$.

4. ا. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع المستقيم الذي معادلته : $y = x + m$ في نقطتين متميزتين N_m و L_m مهما كان العدد الحقيقي m .

ب. تحقّق أنّ منتصف القطعة المستقيمة $[N_m L_m]$ ينتمي إلى المستقيم الذي معادلته $x = 1$

إنّتهى الموضوع الثّاني.

للإطلاع على الإجابة النموذجية مع سلّم التنقيط إمّسح الرّمز المقابل

سيكون التّصحيح متاحاً ابتداءً من الساعة 12 : 30

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
المجموع	مجزأة		
التمرين الأول (04 نقاط)			
0.025		(1) $N_{\alpha} = 626\alpha + 25$	
0.075		(2) من أجل : $\alpha_0 = 3$ نجد : $N_{\alpha_0} = 1903$	
0.5		(3) التَّحَقُّقُ أَنَّ : $1903 \equiv 1[3]$ و $1903 \equiv 7[8]$	
1.75		(4) باستخدام مبرهنة غوص بعد أن نلاحظ أَنَّ الثَّنَائِيَّةَ (634 ; 237) حل خاص نجد : $(x;y) = (8k + 634; 3k + 237) / k \in Z$	
1.75		(5) $n = 24k + 1903$	
التمرين الثاني (05 نقاط)			
3.5	0.5	(أ) $u_0 = -2$ أو $u_0 = 1$	(1)
	0.25×2	(ب) $u_1 = 4$ و $u_2 = \frac{5}{2}$	
	0.25	(ج) • المرحلة الابتدائية : التَّحَقُّقُ أَنَّ : $u_1 - u_0 < 0$	
	0.75	• المرحلة الوريائية : نفرض أَنَّ $u_{n+1} - u_n < 0$ ونبرهن أَنَّ :	
	0.25	$u_{n+2} - u_{n+1} < 0$ • الاستنتاج .	
	0.25	(د) • المرحلة الابتدائية : التَّحَقُّقُ أَنَّ : $u_0 > 0$	
	0.5	• المرحلة الوريائية : نفرض أَنَّ u_n موجبة ونبرهن أَنَّ u_{n+1} موجبة	
	0.25	• الاستنتاج	
	0.25	(هـ) (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل و منه فهي متقاربة .	
	0.5	(أ) $v_{n+1} = \frac{2}{3} v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ و حدّها الأول : $v_0 = \frac{3}{4}$	(2)

1.5	0.5	$u_n = \frac{-1-2^{\frac{3}{4}} \times (\frac{2}{3})^n}{\frac{3}{4} \times (\frac{2}{3})^n - 1}$ (ب)	
	0.25	ج) $0 < q < 1$ ومنه (v_n) متقاربة	
	0.25	$\lim u_n = 1$	

التمرين الثالث (04 نقاط)

0.75	1) التَّحَقَّقْ أَنْ : $L^2 = -\sqrt{3} - i$	
0.75	0.25	2) $ L^2 = 2$
	0.5	$\arg(L^2) = \theta = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ ومنه $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin \theta = -\frac{1}{2}$
01	0.25	$ L = \sqrt{2}$ 3)
	0.75	$2\arg(L) = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ ومنه $\arg(L) = \frac{7\pi}{12} + k\pi$ أي : $\arg(L) = \frac{7\pi}{12}$ أو $\arg(L) = \frac{19\pi}{12}$ و منه $\arg(L) = \frac{19\pi}{12}$ لأن : $\frac{19\pi}{12} \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi[$ (تقع في الربع الأخير)
01	0.5	4) $L = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} - i \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} \right)$
	0.25 + 0.25	بالمطابقة مع الشكل الجبري نجد : $\cos \frac{19\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ و $\sin \frac{19\pi}{12} = -\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$
0.5		5) L^n حقيقي معناه $\arg(L^n) = k\pi$: تكافئ : $n \frac{19}{12} \pi = k\pi$ ، بعد التبسيط و باستخدام مبرهنة غوص نجد أن : $n = 12k'$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

04	0.75+0.5+0.25	1) دراسة تغيّرات الدالة f_2 : حساب النهايات + المشتقة + تحديد اتجاه التغير	I
----	---------------	---	---

		جدول التغيرات :															
0.5		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f_2'(x)$</td><td>+</td><td></td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$f_2(x)$</td><td>$1 \nearrow$</td><td></td><td>$-\infty \nearrow +\infty$</td><td>$-\infty \nearrow 1$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	-1	$+\infty$	$f_2'(x)$	+		+	+	$f_2(x)$	$1 \nearrow$		$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 1$
x	$-\infty$	-1	-1	$+\infty$													
$f_2'(x)$	+		+	+													
$f_2(x)$	$1 \nearrow$		$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 1$													
0.5		(2) رسم المنحنى : 															
0.25		(3) $y = f(x) ; f(x) < 0$ و $y = -f(x) ; f(x) \geq 0$															
0.25		(C_2') ينطبق على (C_2) لما $f(x) < 0$ (C_2') نظير (C_2) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \geq 0$															
0.25+0.25		(4) $\alpha = -\frac{3}{2}$ و $\beta = -\frac{1}{2}$.															
0.25		(5) حساب المساحة : $x - \frac{3}{2}\ln(x + 1) - \frac{1}{2}\ln(x - 1)$ دالة أصلية . استخدام خواص الدالة اللوغارتمية للإثبات.															
0.25																	
0.5		التحقق أن : $f_\lambda'(x) = \frac{\lambda x^2 - 2x + \lambda}{(x^2 - 1)^2}$															

03

0.25

$\Delta_\lambda = 4(1 - \lambda^2)$: ينتج $\lambda x^2 - 2x + \lambda = 0$: معناه أن: $f'_\lambda(x) = 0$

0.25

λ	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
Δ_λ	$-$	0	$+$	0	$-$

0.25

ومنه فإن إشارة f'_λ من إشارة λ لنا $\lambda < -1$ أو $\lambda > 1$

0.25

نقتصر هنا فقط على $\lambda > 1$: لدينا $\lambda > 1 > 0$ ومنه فإن $f'_\lambda(x) > 0$
 إذن : f متزايدة تماما على كل مجال من مجالات مجموعة تعريفها لنا $\lambda > 1$

0.25

x	$-\infty$	-1	-1	$+\infty$
$f'_\lambda(x)$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f_\lambda(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1

0.25

بنفس الطريقة يتم إنشاء جدول التغيرات من أجل $\lambda < -1$.

0.25

0.25

$[-1; 1]$: قيم الوسيط الحقيقي المطلوبة هي

0.25

(1) $f_\lambda(x) = f_{-\lambda}(-x)$ ومنه $f_\lambda(x) - f_{-\lambda}(-x) = 0$

0.25

ومنه فالمنحنيان متناظران بالنسبة لمحور الترتيب.

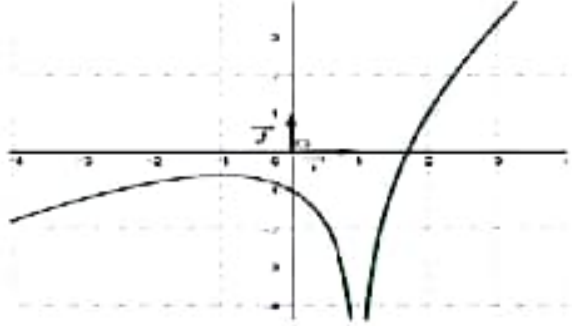
(II)

ملاحظة : تقبل جميع طرائق الحل الصحيحة .



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																																					
المجموع	مجزأة																																						
التمرين الأول (04 نقاط)																																							
04	0.25+0.75	(1) خطأ . التبرير : مثال مضاد من أجل $n = 41$.																																					
	0.25 0.75	(2) صحيح . التبرير : حسب مبرهنة بيزو $(2n^2 + 2n + 3)(3) - (3n^2 + 3n + 4)(2) = 1$																																					
	0.25 0.75	(3) خطأ . التبرير : <table border="1"><tr><td>$x \equiv$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>[7]</td></tr><tr><td>$x^2 \equiv$</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>[7]</td></tr><tr><td>$-3x \equiv$</td><td>0</td><td>4</td><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>[7]</td></tr><tr><td>$x^2 - 3x + 4 \equiv$</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>[7]</td></tr></table> ومنه قيم $x = 7k + 5$.		$x \equiv$	0	1	2	3	4	5	6	[7]	$x^2 \equiv$	0	1	4	2	2	4	1	[7]	$-3x \equiv$	0	4	1	5	2	6	3	[7]	$x^2 - 3x + 4 \equiv$	4	2	2	4	1	0	1	[7]
	$x \equiv$	0	1	2	3	4	5	6	[7]																														
$x^2 \equiv$	0	1	4	2	2	4	1	[7]																															
$-3x \equiv$	0	4	1	5	2	6	3	[7]																															
$x^2 - 3x + 4 \equiv$	4	2	2	4	1	0	1	[7]																															
0.25 0.25 0.5	(4) صحيح . التبرير : لدينا $2 - x^2 \geq 0$ من أجل $0 < x < \sqrt{2}$ ومنه : $\int_2^3 \pi [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^{\sqrt{2}} (2 - x^2) dx = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3} uv$																																						
التمرين الثاني (05 نقاط)																																							
0.75	0.5 0.25	(1) أ) $v_{n+1} = (k - 1)v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $k - 1$. ب) $v_n = \alpha(k - 1)^n$																																					
1.25	0.5 0.25	(2) أ) يكفي أن نبين أن : $w_{n+1} = w_n$ ب) $w_n = w_0 = \alpha$																																					
	0.25+0.25	ج) $u_n = \alpha \left[\frac{(k-1)^n - 1}{k-2} \right]$; ثم $u_n = \frac{v_n - w_n}{k-2}$																																					

03	0.25	(أ) البرهان بالتراجع : أولا يجب أن نلاحظ أن العلاقة التراجعية هنا تتعلق بحدّين سابقين و عليه فإن الاستدلال بالتراجع من أجل برهان صحة هذه الخاصية يعتمد على حدّين متتابعين . المرحلة الابتدائية : $t_0 = 1 > 0$ و $t_1 = e^\alpha > 0$ المرحلة الوراثية : نفرض أن $t_n > 0$ و $t_{n+1} > 0$ إن $0 < t_{n+2} = \frac{t_{n+1}^k}{t_n^{k-1}}$ المرحلة الأخيرة : من المرحلتين السابقتين نستنتج صحة القضية									
	0.25										
	0.25										
	0.25										
03	0.25	(ب) المرحلة الابتدائية : $\ln t_0 = u_0 = 1$ و $\ln t_1 = \alpha \ln e = \alpha = u_1$ المرحلة الوراثية : نفرض أن $\ln t_n = u_n$ و $\ln t_{n+1} = u_{n+1}$ المرحلة الأخيرة : من المرحلتين السابقتين نستنتج صحة القضية.									
	0.5										
	0.25										
	0.25	(ج) $t_n = e^{u_n} = e^{\alpha \left[\frac{(k-1)^{n-1}}{k-2} \right]}$									
	01	(د) المناقشة : (1) من أجل $k < 0$ فإن النهاية غير موجودة. (2) الحالتان المتبقيتان : <table><tr><td></td><td>$\alpha > 0$</td><td>$\alpha < 0$</td></tr><tr><td>$k > 2$</td><td>$\lim t_n = +\infty$</td><td>$\lim t_n = 0$</td></tr><tr><td>$0 < k < 2$</td><td>$\lim t_n = e^{\frac{-\alpha}{k-2}}$</td><td>$\lim t_n = e^{\frac{-\alpha}{k-2}}$</td></tr></table>		$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$k > 2$	$\lim t_n = +\infty$	$\lim t_n = 0$	$0 < k < 2$	$\lim t_n = e^{\frac{-\alpha}{k-2}}$	$\lim t_n = e^{\frac{-\alpha}{k-2}}$
	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$									
$k > 2$	$\lim t_n = +\infty$	$\lim t_n = 0$									
$0 < k < 2$	$\lim t_n = e^{\frac{-\alpha}{k-2}}$	$\lim t_n = e^{\frac{-\alpha}{k-2}}$									
التّمرين الثالث (04 نقاط)											
01	0.25	(1) عدد الطرق الممكنة للسحب : $C_{n+8}^2 = \frac{(n+8)(n+7)}{2}$ $P(A_n) = \frac{C_n^2}{\frac{(n+8)(n+7)}{2}} = \frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)} = \frac{n^2 - n}{n^2 + 15n + 56}$									
	0.75										
02	1	(2) $P(B_n) = \frac{C_3^2 + C_5^2 + C_n^2}{C_{n+8}^2} = \frac{n^2 - n + 26}{2(n+8)(n+7)}$ $P(B_n) = \frac{8}{55}$ تكافئ $n = 3$ ومنه عدد الكرات هو 11.									
	0.5+0.5										
1	0.25	(3) عدد الطرق الممكنة للسحب : $(n+10)^4$ $P(C_n) = \frac{n \times 2 \times 5 \times 3}{(n+10)^4} \times \frac{4!}{n! \times 1! \times 1! \times 1!} = \frac{720}{(n-1)! (n+10)^4}$									
	0.5+0.25										

التّمرين الرابع (07 نقاط)			
02	0.25+0.5 0.25 0.25	(1) دراسة تغيّرات الدّالة g مع جدول التّغيّرات : النهايات + المشتقة $0 < g'(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$ ومنه فالدّالة متزايدة تماما على مجال تعريفها . جدول التّغيّرات .	(I)
	0.25+0.5	(2) مبرهنة القيم المتوسطة . (3) الرسم	
05	0.5+0.25+1 0.5	(1) $f(x) = x - 1 + 2\ln x - 1$ دراسة التّغيّرات : النهايات + المشتقة + تحديد اتّجاه التّغير . جدول التّغيّرات	(II)
	0.25 0.5	$f(x) = g(x); x > 1$ ومنه فإن (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x > 1$ أي أنّه جزء منه. 	
	0.5 0.25 0.25 × 2 0.5	$f(x) = x + 1$ تكافئ $x = 1 + e$ أو $x = 1 - e$ ومنه $A(1 + e; 2 + e)$ و $B(1 - e; 2 - e)$ هما نقطتا التقاطع . $v_1 = (1 + \frac{2}{e})(x - 1 - e) + (e + 2)$ $v_2 = (1 - \frac{2}{e})(x - 1 + e) + (-e + 2)$ $y_1 = y_2$ تكافئ : $x = 1$.	
	0.5 0.25	$g(x) = x + m$ تكافئ $x_{m_1} = 1 + e^{\frac{m-1}{2}}$ أو $x_{m_2} = 1 - e^{\frac{m-1}{2}}$ ومنّه $N_m(1 + e^{\frac{m-1}{2}}; m + 1 + e^{\frac{m-1}{2}})$ و $L_m(1 - e^{\frac{m-1}{2}}; m + 1 - e^{\frac{m-1}{2}})$	
	0.25	نبيّن أنّ : $\frac{x_{m_1} + x_{m_2}}{2} = 1$	

ملاحظة : تقبل جميع طرائق الحل الصّحيحة .